PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 9 — 1. Mai 1929 — Redaktionsschluß für Nr. 11 am 15. Mai 1929. — 30. Jahrgang

INHALT:

Originalmitteilungen:

E. A. Hylleraas, Die Energie des Heliumatoms im Grundzustande. S. 249.

G. Krompholz, Graphische Behandlung der Fresnelschen Formeln (Fall der Brechung). S. 251.

H. O. Kneser, Eine einfache Anordnung zur Demonstration des Michelsoninterferometers. S. 251.

S. Tarassenko, Über den Wärmeaustausch bei turbulenter Strömung einer Flüssigkeit oder eines Gases. S. 252.

H. J. Seemann, Der Einfluß allseitigen Druckes auf die metallische Leitfähigkeit in tiefer Temperatur. (Kupfer.) S. 256.

W. Schmidt, Über Kristallstruktur und Ferromagnetismus. S. 259.

B. Walter, Über die Süringsche Blitzaufnahme, sowie über einige neuere, vermeintliche Kugelblitzaufnahmen. S. 261.

Vorträge von der Tagung des Gauvereins Sachsen-Thüringen-Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Leipzig am 19. und 20. Januar 1929.

R. Sängewald u. A. Weißberger, Dipolmomente und Konstitution einiger Molekeln. S. 268.

F. Jentzsch, Optische Versuche mit Röntgenstrahlen. S. 268.

R. Peierls, Zur Theorie des Hall-Effekts. S. 273.

W. Hensel, Über die Konstanz elektrisch erregter mechanischer Schwingungen und ihre Anwendung. S. 274.

Besprechungen:

F. Ollendorff, Erdströme. S. 279.

W. Heine, Elektrische Bodenforschung. S. 279.

H. Hahn, Handbuch für physikalische Schülerübungen. S. 280.

H. Pettersson, Künstliche Verwandlung der Elemente. S. 280.

Personalien. S. 280.

Angebote. S. 280.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Energie des Heliumatoms im Grundzustande.

Von Egil A. Hylleraas.

Eine sehr wichtige Frage der neuen Quantenmechanik ist diejenige, ob die numerische Berechnung der Energieniveaus wirklich zu exakten Ergebnissen führt. Es ist allgemein bekannt, wie die ältere Quantentheorie schon an dem Heliumproblem scheiterte. Das erste von Bohr[1]) vorgeschlagene ebene Modell ergab eine Ionisierungsspannung von 28,15 Volt, ein zweites räumliches Modell ebenfalls von Bohr vorgeschlagen und von Kramers[2]) ausführlich untersucht, führte zu einem Wert von 20,63 Volt. Nun ist die Ionisierungsspannung von Helium durch die spektroskopischen Messungen von Lyman[3]) sehr genau bekannt und beträgt 24,46 Volt. Die Abweichung ist also bei beiden Modellen, die übrigens mechanisch labil sind, ungefähr 4 Volt.

Die prinzipiellen Schwierigkeiten, mit denen die ältere Theorie zu kämpfen hatte und die auf der Anwendung der klassischen Mechanik beruhten, sind durch die neue Quantentheorie beseitigt worden. Nach der Schrödingerschen Form der Theorie hat man statt eines Systems von simultanen Bewegungsgleichungen eine partielle Differentialgleichung mit Randbedingungen zu lösen, welches nach allgemeinen, bekannten Methoden prinzipiell möglich ist.

Eine einfache Störungsrechnung[1]) nach gewöhnlichem Muster liefert bei Helium den Wert 20,3 Volt für die Ionisierungsspannung. Die Abweichung ist also noch ziemlich groß, weil die gegenseitige Störung der beiden Elektronen nicht klein ist gegen die zwischen Kern und Elektronen wirkenden Kräfte. Versuche, die Energie im Grundzustande genauer zu berechnen, sind von Kellner[2]), Slater[3]) und Verfasser[4]) angestellt. Die Rechnungen schienen auf Übereinstimmung hinzudeuten, denn in den beiden letzteren Arbeiten konnte der Wert 24,35 Volt erreicht werden. Ob die Übereinstimmung wirklich exakt ist, blieb doch zu einem gewissen Grade noch unentschieden.

Ich habe mich seitdem sehr bemüht, um die letzten Schwierigkeiten zu überwinden, und habe

1) N. Bohr, Phil. Mag. **26**, 476, 1913.
2) H. A. Kramers, Zeitschr. f. Phys. **13**, 312, 1923.
3) Th. Lyman, Astroph. Journ. **60**, 1, 1924.

1) A. Unsöld, Ann. d. Phys. **82**, 355, 1927.
2) G. W. Kellner, Zeitschr. f. Phys. **44**, 91, 1927.
3) J. C. Slater, Proc. Nat. Read. Amer. **13**, 423, 1927.
4) E. A. Hylleraas, Zeitschr. f. Phys. **48**, 469, 1928.

schließlich eine Methode gefunden, die offenbar viel leistungsfähiger ist als die früher verwendete, und die, wie ich meine, die Frage entscheidet. Die Ergebnisse sollen hier kurz angegeben werden.

Das Eigenwertproblem des Heliumatoms ist sechsdimensional, läßt sich aber für die Berechnung der S-Terme auf ein dreidimensionales zurückführen, etwa mit den Größen r_1, r_2, ϑ als unabhängige Variable, d. h. den Abständen der beiden Elektronen vom Kern und dem Winkel zwischen den Radiusvektoren. In den Ausdruck für die potentielle Energie geht aber der Winkel ϑ nicht direkt ein, sondern nur indirekt durch den reziproken Wert $\frac{1}{r_{12}}$ von r_{12}, dem gegenseitigen Abstand der beiden Elektronen. Mit diesen Variablen muß daher $\frac{1}{r_{12}}$ nach Kugelfunktionen von ϑ entwickelt werden. Dies ist aber ein unnötiger Umweg, und das neue Lösungsverfahren besteht nun darin, daß man r_{12}, das eine direkt physikalische Bedeutung hat, als neue unabhängige Variable nimmt statt ϑ. Die Rechnungen werden dadurch in erstaunlichem Maße erleichtert, ebensowohl als die erhaltenen Näherungswerte viel schneller konvergieren.

Wählen wir als Längeneinheit $a_H/2Z = \frac{a_H}{4}$, als Energieeinheit $Z^2Rh = 4Rh$, so läßt sich das Eigenwertproblem in folgender Weise schreiben:

$$\int_0^\infty ds \int_0^s du \int_0^u dt \Big| u(s^2 - t^2)\left|\psi_s^2 + \psi_t^2 + \psi_u^2\right| + 2s(u^2 - t^2)\psi_s\psi_u + 2t(s^2 - u^2)\psi_t\psi_u - \left(2su - \frac{s^2 - t^2}{4}\right)\psi^2\Big| = \text{Min} = \lambda,$$

mit der normierenden Nebenbedingung

$$\frac{1}{8}\int_0^\infty ds \int_0^s du \int_0^u dt\, u(s^2 - t^2)\psi^2 = 1,$$

$$s = r_1 + r_2, \quad t = -r_1 + r_2, \quad u = r_{12}.$$

Die Randbedingungen sind $\psi = 0$ für $s \to \infty$, sonst ψ endlich und eindeutig. Da nur die Hälfte des Integrationsgebietes mitgenommen ist, kommt außerdem als Äquivalenz für die Symmetrie der Par-Lösungen die Bedingung $\psi_t = 0$, bei $t = 0$, hinzu, und in ähnlicher Weise für die Orto-Lösungen $\psi = 0$, bei $t = 0$.

Für den Grundzustand setzen wir die Eigenfunktion in der Form an,

$$\psi = \varphi(ks, kt, ku)$$

$$\varphi(s,t,u) = e^{-\frac{s}{2}}(1 + c_1 u + c_2 t^2 + c_3 s + c_4 s^2 + c_5 u^2 + \cdots),$$

wo k, c_1, c_2, ..., näher zu bestimmende Konstanten sind. Wir erhalten dann für die Energie λ den Ausdruck

$$\lambda = \frac{k^2 M - kL}{N},$$

wo L, M und N Polynome zweiten Grades in c_1, c_2, ..., sind. Die zunächst unbestimmten Konstanten k, c_1, c_2, ..., lassen sich durch die Minimumsforderung festlegen. Die Konstante k kann man sogar eliminieren und man erhält dann

$$\lambda = -\frac{L^2}{4MN}.$$

In der ersten Näherung, d. h. wenn $c_1 = c_2 = \cdots = 0$ erhält man $\lambda = -1{,}4238$, in der zweiten Näherung, wo die Abhängigkeit der Eigenfunktion von r_{12} zum ersten Male berücksichtigt wird, $\lambda = -1{,}4456$, in der dritten Näherung $\lambda = -1{,}45123$. Von nun an wird die Änderung sehr klein, doch konnte ich in der sechsten Näherung den Wert

$$\underline{\lambda = -1{,}45162},$$

erreichen. Der von Lyman spektroskopisch gemessene Grundterm hat, in $4Rh$ gemessen, unter Hinzufügung der Energie des He-Ions, den Wert

$$\underline{\lambda = -1{,}45175}.$$

In meinen früheren Rechnungen konnte ich nur den Wert $\lambda = -1{,}4496$ erreichen. Jetzt aber ist die Übereinstimmung praktisch innerhalb des Gebietes der Feinstruktur.

Ich hoffe und glaube, daß diese quantitative Bestätigung der neuen Theorie als ein erfreuliches Ergebnis empfunden werden wird. Die Theorie hat sich zwar überall in qualitativer Hinsicht glänzend bewährt und auch quantitativ bei Problemen, wo die Störung klein ist. Bei Problemen der eben behandelten Art gibt es aber meines Wissens noch keine quantitativen Berechnungen, die einen derartigen Grad von Genauigkeit beanspruchen können.

Es ist offenbar bei Berechnungen dieser Art ein entscheidender Vorteil, Winkelgrößen zu vermeiden und statt dessen metrische Größen, die eine direkt physikalische Bedeutung haben, als Variable zu verwenden. Ich hoffe bald weitere ähnliche Rechnungen anstellen zu können.

Die genaue Ausführung der Rechnung, die übrigens sehr einfach ist, wird bald in „Zeitschr. f. Phys." erscheinen.

Oslo, Fysisk Institut, Januar 1929.

(Eingegangen 28. Februar 1929.)

Graphische Behandlung der Fresnelschen Formeln (Fall der Brechung).

Von G. Krompholz.

1. C. H. Lees hat in den Proc. Phys. Soc. London 34, 1922, Nr. 3 eine Methode angegeben, die durch die bekannten Fresnelschen Formeln gegebenen Größen der Amplituden des an einem isotropen Medium reflektierten Lichtes graphisch zu ermitteln. (Siehe auch Phys. Berichte 1923, S. 1316.) Obwohl die Fresnelschen Formeln für die gebrochenen Amplituden wesentlich komplizierter aussehen, soll im folgenden für sie eine ebenso einfache geometrische Konstruktion angegeben werden. Die diesbezüglichen Fresnelschen Ausdrücke lauten:

$$\text{I.}\quad A_{gs} = A_{es} \cdot \frac{2 \sin\chi \cos\varphi}{\sin(\varphi + \chi)},$$

$$\text{II.}\quad A_{gp} = A_{ep} \cdot \frac{2 \sin\chi \cos\varphi}{\sin(\varphi + \chi) \cdot \cos(\varphi - \chi)}.$$

Die Indizes g und e bedeuten gebrochener bzw. einfallender Strahl, die Indizes s und p die senkrecht bzw. parallel zur Einfallsebene erfolgende elektrische Schwingung.

Die Größen der Amplituden A_{gs} und A_{gp} lassen sich dann für jeden Einfallswinkel φ folgendermaßen geometrisch ermitteln.

2. Es sei in nebenstehender Figur EO der einfallende, OR der reflektierte, OG der gebrochene Strahl und ON das Einfallslot. OA mache man gleich $2A_{es}$ in irgendeiner Einheit. Man fälle von A das Lot auf ON bis F und ziehe durch F eine Parallele zu der Richtung des gebrochenen Strahls OG bis sie OR in B schneidet. OB ist dann A_{gs}, d. h. die Amplitude der gebrochenen Welle, deren Schwingung senkrecht zur Einfallsebene erfolgt, denn es ist

$$\frac{OB}{OF} = \frac{\sin\chi}{\sin(\pi - (\varphi + \chi))} = \frac{\sin\chi}{\sin(\varphi + \chi)}$$

und außerdem

$$OF = 2A_{es}\cos\varphi,$$

woraus sich OB unmittelbar als das A_{gs} der I. Fresnelschen Formel erweist.

3. Jetzt bezeichne OA den Vektor $2A_{ep}$. Man konstruiere wiederum erst OB, trage es auf dem verlängerten einfallenden Strahl EO bis C ab und errichte in C auf OC das Lot, bis es OG in D schneidet. OD ist dann A_{gp}, d. h. die Amplitude der gebrochenen Welle, deren Schwingung in der Einfallsebene erfolgt, denn es ist

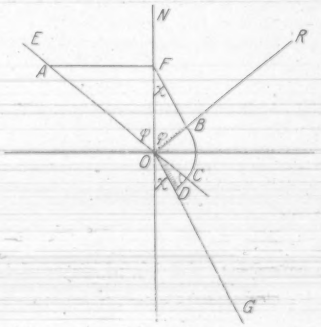
$$OD = \frac{OC}{\cos(\varphi - \chi)} = \frac{OB}{\cos(\varphi - \chi)},$$

und gemäß 2 ist

$$OB = \frac{2A_{ep} \cdot \sin\chi \cdot \cos\varphi}{\sin(\varphi + \chi)},$$

woraus sich dann OD als das A_{gp} der II. Fresnelschen Formel erweist.

Es ist ersichtlich, daß obige Konstruktion eine schnelle Übersicht über das Verhalten, d. h. das Zu- oder Abnehmen von A_{gs} und A_{gp} bei variierendem Einfallswinkel φ ermöglicht, was durch



eine rein analytische Behandlung der Fresnelschen Formeln nur umständlich zu erreichen ist.

Ferner kann man in der Figur für den Grenzfall, daß sich die beiden Medien in ihrer optischen Dichte unendlich nahekommen, wo also der gebrochene Strahl die unmittelbare Fortsetzung des einfallenden wird, zeigen, daß $A_{gs} = OB = \frac{1}{2}OA = A_{es}$, ebenso, daß $A_{gp} = A_{ep}$ wird.

Danzig, im Februar 1929.

(Eingegangen 25. Februar 1929.)

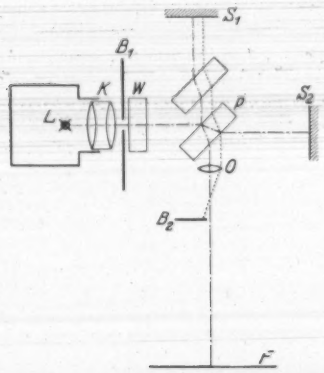
Eine einfache Anordnung zur Demonstration des Michelsoninterferometers.

Von H. O. Kneser.

In den physikalischen Experimentalvorlesungen macht sich bei Behandlung der Interferenz des Lichtes gewöhnlich ein Mangel an objektiv beobachtbaren Experimenten bemerklich. Es sei daher im folgenden auf eine einfache Anordnung hingewiesen, welche die Interferenzen gleicher Dicke am Michelsoninterferometer und zugleich einige seiner wichtigsten Anwendungen vor einem großen Auditorium zu demonstrieren gestattet.

Der Krater einer kräftigen Bogenlampe (L) wird von dem Kondensor (K) nach Reflexion an einem der beiden Spiegel (S_1 oder S_2) und der (unversilberten) Verteilerplatte (P) ungefähr am Orte des Objektivs (O) abgebildet. Dieses bildet seinerseits die zwischen Wasserkasten (W) und Kondensor angebrachte spaltförmige Blende B_1 am Orte B_2 ab. Dort entstehen infolge der Reflexion an der Vorder- und Hinterfläche von P zwei Bilder von B_1, die bei geeignet gewählter Blendenbreite gerade aneinander grenzen. Das eine von ihnen, das „falsche", wird von einer weiteren Blende B_2 abgefangen. Außerdem entwirft O ein stark vergrößertes Bild der in S_1 bzw. S_2 entstehenden Interferenzen gleicher Dicke auf der Projektionsfläche (F).

An das Objektiv O werden keine besonderen Anforderungen gestellt; z. B. wurde mit einer Schuckert-Bogenlampe (25 Amp.) und einem



Achromaten vom Öffnungsverhältnis 1 : 6,7 (f = 40 cm; $S_1P = S_2P = 37$ cm; $S_1O = 45$ cm; $OF = 350$ cm) weitaus hinreichende Helligkeit erzielt. Durch die ausnützbare Spiegelfläche und die Vergrößerung der Projektionsoptik ist die Größe der von Interferenzstreifen durchzogenen Projektionsfläche bestimmt; sie betrug hier etwa 40 · 20 cm, dürfte sich aber durch Verkleinerung von S_1P und S_2P — wodurch dann auch lichtstärkere Objektive verwendbar werden[1]) — leicht erheblich heraufsetzen lassen, so daß man etwa das übliche kleine Hilgersche Interferometer (2,5 cm Spiegeldurchmesser) zur Demonstration benützen könnte.

Zur Projektion von Interferenzen im monochromatischen Licht genügt eine gewöhnliche Heraeus-Quecksilberbogenlampe; bis zu einem Gangunterschied von etwa 200 Wellenlängen bleiben die Streifen mit fast unverminderter Schärfe sichtbar und sind selbst bei über 1000 Wellenlängen Gangunterschied noch aus größerer Entfernung deutlich zu erkennen.

Im vorliegenden Fall war das Interferometer aus Prismenschienen, Reitern und den Platten und Spiegeln[1]) eines Machschen Interferentialrefraktors provisorisch zusammengestellt. Bei Verwendung einer halbversilberten Verteilerplatte wird man selbstverständlich noch weit bessere Resultate erzielen.

1) Eine Vergrößerung der Öffnung über den Betrag: Durchmesser von $P : S_1P$ hinaus bleibt natürlich wirkungslos.

1) Von diesen braucht ja nur einer Feinverstellungsvorrichtungen zu besitzen.

Marburg, Physikalisches Institut der Universität, März 1929.

(Eingegangen 14. März 1929.)

Über den Wärmeaustausch bei turbulenter Strömung einer Flüssigkeit oder eines Gases.

Von S. Tarassenko.

Die Differentialgleichung des Wärmeaustausches in einer Flüssigkeit:

$$c\varrho\frac{d\Theta}{dt} = q + \lambda\Delta\Theta, \qquad (1)$$

wobei

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

c = spezifische Wärme bei konstantem Druck, ϱ = Dichte, q = auf Volumeneinheit und Sekunde bezogene Wärmeproduktion im Flüssigkeitsinnern, λ = Wärmeleitfähigkeit ist, und die Differentialgleichung der Strömung einer zähigen Flüssigkeit:

$$\varrho\frac{du}{dt} = -\operatorname{grad} p + \mu\Delta u, \qquad (2)$$

wobei p = Druck, μ = Zähigkeit ist, sind einander vollkommen analog. Der erste, der auf diesen Umstand aufmerksam wurde, war O. Reynolds[1]), der, sich dieser Analogie bedienend, einen Versuch machte, die Theorie der turbulenten Strömung zur Ableitung der Gleichung der Wärmeausbreitung bei turbulenter Strömung

1) O. Reynolds, An Experimental Investigation of the Circ which determine whether the Motion of Water shall be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels, Phil. Transact. of the Roy. Soc. **174**, 1874.

anzuwenden. Später wies L. Prandtl[1]), ohne die Arbeiten von Reynolds zu kennen, ein zweites Mal auf diese Analogie hin, und bewies, daß man sich derselben nur bei Beobachtung folgender Bedingung, nämlich

$$P = \frac{\lambda}{c\mu} = 1 \qquad (3)$$

bedienen könne. Im weiteren Verlauf werden wir diese Beziehung durch den Buchstaben P = Prandtlsche Zahl (analog der Reynoldsschen Zahl R) bezeichnen. Wie Versuche zeigen, gilt Bedingung (3) genau nur für Gase, für eine Flüssigkeit (tropfbare) jedoch hat dieselbe keine Gültigkeit (so z. B. für Wasser bei 10° ist $P = 0{,}1$, bei 20° ist $P = 0{,}14$). In derselben Abhandlung gibt Prandtl, sich auf seine Idee in betreff der Grenzschicht stützend, den Grund an, warum die Analogie für eine Flüssigkeit nicht gilt. Seiner Idee entsprechend, bildet sich bei turbulenter Strömung einer tropfbaren Flüssigkeit im Rohr in der Nähe der Wände eine laminare Grenzschicht, in welcher im Vergleich zur Konvektion, die Zähigkeit die wichtigste Rolle spielt; im übrigen Teil des Rohres findet turbulente Strömung statt, bei der im Gegenteil, Konvektionsströme die Hauptrolle spielen. In der Grenzschicht ändert sich der Geschwindigkeitswert von Null bis zu einer gewissen Geschwindigkeit u und die Temperatur von derjenigen der Wände Θ_1 bis Θ; der Turbulenzkern jedoch bewegt sich mit einer gewissen mittleren Geschwindigkeit $\bar{u}$ und hat eine mittlere Temperatur $\bar{\Theta}$. Was zunächst den Kern anbetrifft, so können wir infolge der Kleinheit von μ und λ im Vergleich zur Konvektion diese Werte vernachlässigen; dieser Umstand gestattet uns, eine Analogie zwischen den Differentialgleichungen (hydrodynamischen und thermischen) für den Turbulenzkern heranzuziehen; was jedoch die Laminarschicht anbetrifft, so kann man hier diese Analogie nicht anwenden und zugleich ist dieselbe auch zweifellos für die Flüssigkeitsströmung im ganzen ausgeschlossen.

Wir sehen also, daß wir nur bei Beobachtung der Bedingung $P = 1$, auf Grund der Analogie, die bei der Untersuchung der turbulenten Strömung erhaltenen Ergebnisse beim Studium der Frage über den Wärmeaustauch in einer Flüssigkeit und umgekehrt, die für die Wärme erhaltenen Ergebnisse bei turbulenter Strömung benutzen können.

In vorliegender Abhandlung bedienen wir uns zur Aufstellung des Gesetzes für den Wärmeaustausch in Gasen ($P = 1$) der Analogiemethode, und darauf übertragen wir die erhaltenen Ergebnisse auf eine Flüssigkeit ($P \neq 1$).

1) L. Prandtl, Eine Beziehung zwischen Wärmeaustausch und Strömungswiderstand der Flüssigkeiten, Physik. Zeitschr. **11**, 1072, 1910.

1. Wärmeausbreitung von einer ebenen Platte bei $P = 1$.

Das für die Schubspannung bei der Strömung einer Flüssigkeit oder Gases längs einer Platte erhaltene Gesetz[1])

$$\tau = 0{,}0378 \frac{\varrho u_1^2}{2} \left(\frac{\nu}{\delta u_1}\right)^{1/4} \qquad (4)$$

legen wir unseren Untersuchungen zugrunde, wobei u_1 = Anströmgeschwindigkeit der ungestörten Strömung, δ = Grenzschichtdicke ist. Diese Formel wurde von uns auf Grund der Voraussetzung abgeleitet, daß die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht nach dem Gesetz der achten Wurzel der Entfernung von der Platte erfolgt. Schon Prandtl hat in der oben erwähnten Abhandlung darauf hingewiesen, daß für den Fall einer unendlich dünnen Platte, parallel der die Flüssigkeit sich bewegt, das Geschwindigkeitsfeld und das Temperaturfeld miteinander übereinstimmen. In der Tat können wir, falls die Platte genügend dünn ist, durchschnittlich annehmen, daß $p = \text{const}$ ist, woher $\operatorname{grad} p = 0$ ist. In diesem Fall geht Gl. (2) in

$$\frac{du}{dt} = \frac{\mu}{\varrho} \Delta u$$

über; dieselbe mit der Differentialgleichung von Kirchhoff:

$$\frac{d\Theta}{dt} = \frac{\lambda}{c\varrho} \Delta \Theta$$

vergleichend, sehen wir, daß diese zwei Gleichungen formal übereinstimmen. Infolgedessen kann man, bei Beobachtung der Bedingung $P = 1$ augenscheinlich voraussetzen, daß der Wärmeaustausch proportional der Stromgeschwindigkeit vor sich geht, d. h. daß

$$\Theta = \Theta_1 + ku \qquad (5)$$

ist, wobei Θ_1 = Temperatur der Platte, k = irgendein Proportionalitätsfaktor ist, woher wir, nach y differenzierend

$$\frac{\partial \Theta}{\partial y} = k \frac{\partial u}{\partial y},$$

oder nach Ausschaltung von k

$$\frac{1}{\Theta - \Theta_1} \frac{\partial \Theta}{\partial y} = \frac{1}{u} \frac{\partial u}{\partial y} \qquad (6)$$

erhalten.

1) S. Tarassenko, Über das Gesetz des Druckgefälles in den Kreisrohren bei großen Reynoldsschen Zahlen und seine Anwendung für die Bestimmung des Reibungswiderstandes einer Platte. Erscheint in „Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik".

Diese Gleichung heranziehend, ist es schon ein leichtes, einen Ausdruck für q zu finden; zu diesem Zweck genügt es, nur den Zusammenhang zwischen q und Θ zu ermitteln und die Größe $\frac{\partial u}{\partial y}$ zu bestimmen. Die Beziehung zwischen q und Θ gibt uns das Gesetz von Fourier

$$q = -\lambda \frac{\partial \Theta}{\partial y}. \tag{7}$$

Zur Bestimmung von $\frac{\partial u}{\partial y}$ bedienen wir uns gleichzeitig einerseits des Newtonschen Ansatzes

$$\tau = -\mu \frac{\partial u}{\partial y} \tag{8}$$

und andererseits der Formel (4), woraus wir

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{0{,}0189\,\varrho u_1^2}{\mu}\left(\frac{\nu}{\delta u_1}\right)^{1/8}$$

erhalten. Jetzt ist

$$q = \frac{0{,}0189\,\varrho \lambda u_1 (\Theta - \Theta_1)}{\mu}\left(\frac{\nu}{\delta u_1}\right)^{1/8} \tag{9}$$

oder

$$q = 0{,}0189\, c \varrho u_1 (\Theta - \Theta_1)\left(\frac{\nu}{\delta u_1}\right)^{1/8} \tag{10}$$

da bei $P = 1$ $\lambda = c\mu$ ist.

Indem wir statt δ den von uns schon früher dafür erhaltenen[1]) Wert einsetzen

$$\delta = 0{,}332\left(\frac{\nu}{u_1}\right)^{1/11} \cdot x^{10/11}$$

haben wir

$$q = 0{,}0241\, c \varrho u_1 (\Theta - \Theta_1)\left(\frac{\nu}{x u_1}\right)^{1/11}. \tag{11}$$

Um das Wärmequantum zu finden, welches in einer Sekunde von einer Platte mit einer Fläche $F = lb$ verbreitet wird, wobei l = Länge der Platte in der Bewegungsrichtung der turbulenten Strömung, b = Breite ist, wenden wir die Gleichung

$$\frac{dQ}{dx} = q \tag{12}$$

an, woraus

$$Q = \int_0^l 0{,}0241\, c \varrho u_1 b (\Theta - \Theta_1)\left(\frac{\nu}{x u_1}\right)^{1/11} dx$$

oder

$$Q = 0{,}0294\, c \varrho u_1 \left(\frac{\nu}{l u_1}\right)^{1/11} (\Theta - \Theta_1) \cdot F \tag{13}$$

hervorgeht. Die Wärmeübergangszahl α einführend, erhalten wir

$$Q = \alpha (\Theta - \Theta_1) F, \tag{14}$$

wobei

$$\alpha = 0{,}0294\left(\frac{c \varrho u_1 l}{\lambda}\right)^{10/11} \cdot \frac{\lambda}{l}. \tag{15}$$

2. Wärmeaustausch in Rohren bei $P = 1$.

Bei der Strömung einer Flüssigkeit in Rohren nimmt die Wärmeleitfähigkeit vom Augenblick an zu, wo der turbulente Zustand einsetzt. Der Grund dazu liegt zweifellos darin, daß vor Eintritt der turbulenten Strömung die Hauptverbreiter der Wärme in der Querrichtung die Moleküle sind, welche ihre Bewegung unabhängig von derjenigen der Flüssigkeit ausführen; vom Augenblick an jedoch, wo die laminare Strömung in eine turbulente übergeht, gesellt sich zum Molekularwärmeaustausch auch ein turbulenter, da die in diesem Falle erscheinende Turbulenz selbst Wärmeträger und -verbreiter ist. Dieser Umstand ist für uns insofern wichtig, als er beweist, daß die Anwendung der Ergebnisse der Theorie einer turbulenten Strömung auf die Wärmeausbreitung nicht nur aus formalen Gründen (Analogie zwischen thermischen und hydrodynamischen Differentialgleichungen), sondern daß dieselbe darum möglich ist, weil die Wärmeausbreitung im wesentlichen vom Charakter der turbulenten Strömung abhängt, richtiger, von den Bewegungsgesetzen der Turbulenz der Wärmeverbreiter.

Um den Zusammenhang zwischen dem Wärmeaustausch und der Flüssigkeitsströmung festzustellen, setzen wir voraus, daß Gl. (5) auch bei einer Flüssigkeitsströmung in Rohren stattfindet unter der unerläßlichen Bedingung, daß $P = 1$ ist. Als Folge dieser Voraussetzung ergibt sich

$$\frac{1}{\Theta - \Theta_1}\frac{\partial \Theta}{\partial r} = \frac{1}{u}\frac{\partial u}{\partial r}. \tag{16}$$

Weitere Umgestaltungen dieser Gleichung werden vollkommen analog den entsprechenden Umgestaltungen im vorhergehenden Kapitel sein, mit dem Unterschiede nur, daß man sich hier statt der Formel (4) eines anderen zur Strömung im Kreisrohr angewandten Ausdrucks τ zu bedienen hat. Zu diesem Zwecke gehen wir, das Gesetz[1]) der achten Wurzel anwendend, von der Geschwindigkeit in der Mitte u_1 zur mittleren Geschwindigkeit u über und ersetzen die Grenzschichtdicke δ durch den Rohrhalbmesser a

$$\tau = 0{,}0260\,\varrho u^2\left(\frac{\nu}{u a}\right)^{1/4}. \tag{17}$$

1) Siehe Fußnote S. 253 r.

1) In der Voraussetzung, daß $u = u_1\left(1 - \frac{r}{a}\right)^{1/8}$ ist, folgern wir aus dem Flüssigkeitsverbrauch in einer Zeiteinheit $u = 0{,}836\, u_1$. Ausführlicheres in unserer Abhandlung, Fußnote S. 253 r.

Nach allen diesen Umgestaltungen haben wir

$$q = \frac{0{,}0260\,\varrho u \lambda (\Theta - \Theta_1)}{\mu}\left(\frac{\nu}{ua}\right)^{0{,}2}$$

oder

$$q = 0{,}0260\, c\varrho u (\Theta - \Theta_1) R^{-0{,}2} \qquad (18)$$

wobei $R = \frac{ua}{\nu}$ die Reynoldssche Zahl ist.

Die Wärmeübergangszahl einführend, erhalten wir

$$q = \alpha (\Theta - \Theta_1),$$

wobei

$$\alpha = 0{,}0260\left(\frac{c\varrho ua}{\lambda}\right)^{0{,}8}\cdot\frac{\lambda}{a}. \qquad (19)$$

ist, da $\nu = \frac{\lambda}{c\varrho}$.

3. Wärmeaustausch in einer tropfbaren Flüssigkeit ($P \gg 1$).

Um die soeben erhaltenen Ergebnisse zum Wärmeaustausch in einer tropfbaren Flüssigkeit anzuwenden, muß man die Schwierigkeiten überwinden, die hier infolge davon auftreten, daß für diesen Fall keine Analogie zwischen den Differentialgleichungen (thermischen und hydrodynamischen) vorliegt. Diese Schwierigkeit ist leicht zu beseitigen bei folgender Annahme, nämlich, den Umstand berücksichtigend, daß die Zähigkeit nicht in den endgültigen Ausdrücken für Wärmeaustausch mit einbegriffen ist, ersetzen wir eine wirkliche Flüssigkeit durch eine fiktive (gedachte) Flüssigkeit, welche dasselbe λ und c besitzt, wie die wirkliche, jedoch solch eine Zähigkeit μ_1 hat, daß letztere die Prandtlsche Zahl in eine Einheit verwandelt, d. h. für diese fiktive Flüssigkeit

$$P_1 = \frac{\lambda}{c\mu_1} = 1 \qquad (20)$$

ist. Infolgedessen können wir jetzt mit Erfolg die Analogie zur Feststellung des Gesetzes für den Wärmeaustausch in einer Flüssigkeit mit der Zähigkeit μ_1 anwenden. Zweifellos werden Gl. (6) und (16) für diese Flüssigkeit gültig sein. Was jedoch die Schubspannung anbetrifft, so könnte man für dieselbe folgende Ausdrücke schreiben:

für die Platte

$$\tau = -\mu_1 \frac{\partial u}{\partial y} = 0{,}0189\,\varrho u_1^2\left(\frac{\nu_1}{\delta u_1}\right)^{0{,}2},$$

für das Kreisrohr

$$\tau = -\mu_1 \frac{\partial u}{\partial r} = 0{,}0260\,\varrho u^2\left(\frac{\nu_1}{au}\right)^{0{,}2}.$$

Nach einer ganzen Reihe von Umgestaltungen, identisch mit denen in den vorhergehenden Kapiteln, haben wir

$$Q = 0{,}0294\,\frac{\varrho\lambda u_1}{\mu_1}\left(\frac{\nu_1}{lu_1}\right)^{0{,}2}(\Theta - \Theta_1)\,F$$

und

$$q = 0{,}0260\,\frac{\varrho u\lambda}{\mu_1}\left(\frac{\nu_1}{au}\right)^{0{,}2}(\Theta - \Theta_1).$$

Um die endgültigen Ausdrücke für die Wärmeübergangszahl in einer tropfbaren Flüssigkeit zu erhalten, ersetzen wir μ_1 und ν_1 durch Werte $\mu_1 = \frac{\lambda}{c}$, wonach wir

$$\alpha = 0{,}0294\left(\frac{c\varrho lu_1}{\lambda}\right)^{0{,}8}\cdot\frac{\lambda}{l} \qquad (21)$$

(für eine Platte von der Länge l)

$$\alpha = 0{,}0260\left(\frac{c\varrho au}{\lambda}\right)^{0{,}8}\cdot\frac{\lambda}{a} \qquad (22)$$

(für ein Kreisrohr mit dem Halbmesser a) erhalten.

Da μ_1 in diesen Formeln nicht miteinbegriffen ist, können wir zweifellos annehmen, daß dieselben das Gesetz für den Wärmeaustausch nicht nur in einer fiktiven Flüssigkeit mit der Zähigkeit μ_1, sondern auch in einer wirklichen Flüssigkeit mit der Zähigkeit μ aufstellen.

4. Zusammenfassung.

Die von uns erhaltenen theoretischen Formeln (19) und (22) ergeben Resultate, die mit den Versuchen von Nusselt[1]) gut übereinstimmen. Letzterer erhielt bei der Untersuchung des Wärmeaustausches in Kreisrohren folgende empirische Formel:

$$\alpha = 0{,}0255\left(\frac{c\varrho au}{\lambda}\right)^{0{,}786}\cdot\frac{\lambda}{a}. \qquad (23)$$

Um unsere Ergebnisse mit der Formel von Nusselt und der theoretischen, auf Grund des Blasiusschen Gesetzes abgeleiteten Formel von Schiller[2])

$$\alpha = 0{,}0332\left(\frac{c\varrho au}{\lambda}\right)^{0{,}8}\cdot\frac{\lambda}{a} \qquad (24)$$

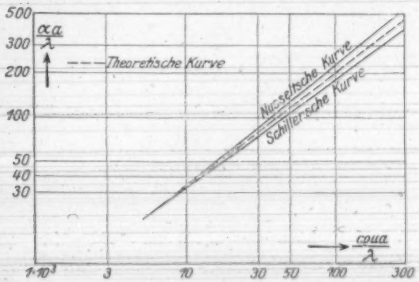
zu vergleichen, haben wir eine Figur in logarithmischem Maßstab zusammengestellt:

Aus dieser Figur ist ersichtlich, daß die von uns berechnete Kurve derjenigen von Nusselt näher liegt, als die Kurve von Schiller. Was

1) W. Nusselt, Der Wärmeübergang in Rohrleitung. Zeitschr. der Ver. d. Ing. 1909; W. Nusselt, Die Wärmeübertragung an Wasser im Rohr. Festschrift zur 100-Jahrfeier der Techn. Hochschule Karlsruhe 1925.

2) L. Schiller, Untersuchungen zum Wärmeübergangsproblem. Zeitschr. f. angew. Mathematik u. Mechanik **8**, 453, 1928. Koeffizient 0,0332 erhalten wir aus 0,0395, infolge Übergangs vom Durchmesser d zum Halbmesser a.

jedoch eine gewisse Abweichung unserer Kurve von der empirischen anbetrifft, so scheint es uns, daß diese Abweichung gewissermaßen durch den Umstand erklärt wird, daß Nusselt sich bei seinen Versuchen verhältnismäßig kurzer Rohre bediente, daß also bei seinen Messungen diejenigen Turbulenz-Wärmeträger eine gewisse Rolle spielten, die zusammen mit der heißen Flüssig-



keit aus dem Behälter zuströmten. Die praktische Zuverlässigkeit der Formeln (15) und (22) zu prüfen, ist uns bis jetzt noch nicht gelungen. Über Versuchsmaterial bezüglich dieser Frage verfügen wir auch nicht.

Alles oben Gesagte zusammenfassend, sehen wir, daß wir bei Untersuchungen, gestützt auf die Voraussetzung, daß die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht nach dem Gesetz der 8. Wurzel der Wandentfernung verläuft, für den Wärmeaustausch in einer Flüssigkeit bei turbulenter Strömung Ergebnisse erhalten, die besser den Versuchen entsprechen, als dieses der Fall ist bei der Voraussetzung, das die Geschwindigkeitsverteilung nach dem Gesetz der 7. Wurzel (Blasiussches Gesetz) vor sich geht.

(Eingegangen 5. Februar 1929.)

Der Einfluß allseitigen Druckes auf die metallische Leitfähigkeit in tiefer Temperatur. (Kupfer.)

Von H. J. Seemann.

1. Zweck der Untersuchung.

Das Wesen des metallischen Zustandes und der metallischen Leitfähigkeit ist trotz des wertvollen Fortschrittes, den die neue, auf der Quantenstatistik beruhende theoretische Behandlungsweise von Sommerfeld und seinen Schülern gebracht hat, noch immer so unerschlossen wie früher. Bei dieser Sachlage ist es nach wie vor angebracht, durch systematische Erweiterung des Beobachtungsmaterials neue theoretische Fragestellungen anzuregen.

Von besonderer Bedeutung ist das Verhalten der metallischen Leiter unter verschiedenen äußeren Bedingungen, ein Arbeitsgebiet, in dem noch manche Lücke klafft. Während z. B. über den Einfluß allseitigen Druckes auf die metallische Leitfähigkeit im normalen Temperaturbereich in umfangreichen Arbeiten, insbesondere von Bridgman, ein nahezu vollständiges Tatsachenmaterial[1]) vorliegt, ist bisher über den Druckeffekt in tiefer Temperatur noch wenig bekannt.

Im Jahre 1912 untersuchten H. Kamerlingh-Onnes und B. Beckman[2]) den Druckeinfluß auf die Leitfähigkeit von Blei bei -183^0 und $-252{,}7^0$ C. Sie fanden bei Drucken bis 100 kg/cm² für den Druckkoeffizienten γ[3]) die Werte:

$$\gamma = -17 \times 10^{-6} \text{ bei } -252{,}7^0$$

$$\gamma = -22{,}5 \times 10^{-6} \text{ „ } -183^0$$

während nach Lisell:

$$\gamma = -14{,}4 \times 10^{-6} \text{ bei } 0^0 \text{ ist.}$$

Danach wird der Druckkoeffizient[4]) bei -183^0 zunächst größer, vermindert sich wieder bei $-252{,}7^0$, bleibt aber in beiden Fällen über dem Wert bei 0^0 C. Die Verfasser bezeichnen ihre Messungen als nicht hinreichend genau, um daraus sichere Schlüsse ziehen zu können.

In der Absicht, das Beobachtungsmaterial über den Einfluß allseitigen Druckes auf die metallische Leitfähigkeit für die tiefen Temperaturen zu ergänzen, habe ich vor einiger Zeit Versuche begonnen. Über die für Kupfer gewonnenen Ergebnisse, die zunächst als mehr qualitative zu betrachten sind, sei nachstehend unter Hervorhebung der Versuchsmethodik berichtet.

2. Zur experimentellen Bestimmung des Druckeffektes.

Die zahlenmäßige Erfassung des Einflusses allseitigen Druckes auf die metallische Leitfähigkeit macht wegen des um Größenordnungen überwiegenden Temperatureinflusses erhebliche Schwierigkeiten. So genügt z. B. für Kupfer eine Temperaturänderung von $0{,}05^0$, um die gleiche Widerstandsänderung hervorzubringen wie der

1) Vgl. Handb. d. Phys. **13**, 29 ff.
2) Comm. Leiden 132b (1912).
3) $\gamma = \frac{\Delta w}{w \cdot p}$, wo Δw die Änderung des Widerstandes w unter dem Druck p ist.
4) Absolut gewonnen.

Druck von 100 kg/cm². Die Beseitigung des störenden Temperatureinflusses, die bei normaler Temperatur verhältnismäßig leicht gelingt, ist in tiefer Temperatur weit schwieriger.

Kamerlingh-Onnes und Beckman haben bei ihren Messungen einen Kryostaten benutzt, geben aber nicht an, welche Temperaturkonstanz mit diesem erreicht wurde. In der nachstehend beschriebenen Versuchsordnung wurde den Schwankungen des Temperaturbades in anderer Weise zu begegnen versucht.

3. Die Druckapparatur[1]).

Fig. 1 zeigt das Druckgefäß im Längsschnitt. Das schraffierte Stück stellt einen kreiszylindrisch aus dem Vollen gedrehten Stahlkörper dar (aus Böhlerschem Chrom-Silizium-stahl). Die untere weitere Bohrung u (10 mm Φ) dient zur Aufnahme der Versuchsspule, die engere Bohrung v (4 mm Φ) zur Durchführung der Stromzuführungsdrähte. Die Bohrung v verzweigt sich bei Z nach rechts und links zum Manometer und zur Druckbombe. Zur Verbindung der letzteren mit dem Druckgefäß dienen die Schraubenbolzen A und B (aus Zollernbronze von Kirchhoff-Berlin). Ein weiterer Schraubenbolzen C dient zur Herausführung der Stromzuführungsdrähte. Letztere gehen in der Bohrung i des Bolzens C durch eine Schicht von Idealgummischeiben, die oben durch eine Elfenbeinplatte E abgeschlossen und mittels der durch die Schrauben S angezogenen Brille Br dicht zusammengepreßt werden. Die Bohrung u wird durch eine Stahlplatte D mit Schraubenbolzen abgeschlossen. Die Abdichtung von D und der oberen Bolzen A, B und C geschieht durch Bleiringe. Das Druckgefäß erwies sich in dieser Ausführung bis zu Drucken von 200 Atm. sowohl in gewöhnlicher als auch in tiefer Temperatur vollkommen dicht.

Als Manometer diente ein Präzisionsmanometer von Schäffer und Budenberg. Der Druck wurde mittels Druckluft (in gewöhnlicher Stahlflasche) erzeugt.

4. Meßmethode.

Da mit kleinen Drucken bis zu 200 kg/cm² gearbeitet wurde — die indessen für die theoretische Übersicht durchaus genügen — mußte die Meßmethode möglichst empfindlich gemacht werden. Die Methode des übergreifenden Nebenschlusses mit Hilfe eines Differentialgalvanometers, die für den vorliegenden Zweck am naheliegendsten ist, erwies sich nach eingehenden Vorversuchen als nicht genügend empfindlich

Es wurde daher die gewöhnliche Wheatstonesche Brückenschaltung angewandt, die sich nach mannigfachen Versuchen zu einer sehr empfindlichen Anordnung ausarbeiten ließ. Dazu wurde der Meßwiderstand X so groß gemacht, wie es sich bei den gegebenen Größenverhältnissen eben erreichen ließ. Er betrug bei Zimmertemperatur rund 1400 Ω und war aus dünnem

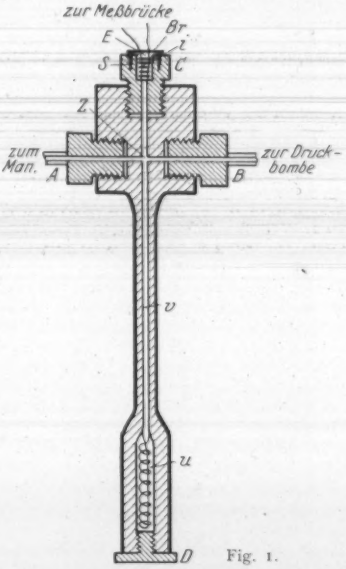


Fig. 1.

Kupferdraht (Vogel-Berlin) von 0,05 mm Φ gewickelt. Als Vergleichswiderstand W diente eine ebensolche Spule von nahe gleichem Widerstand. Das Verhältnis $\frac{X}{W}$ betrug rund 0,9916.

Die Verzweigungswiderstände wurden einem Stöpselwiderstandskasten entnommen und so gewählt, daß das Galvanometer (Siemensgalvanometer von 70 Ω System- und 1000 Ω äußerem Grenzwiderstand) mit dem Brückenwiderstand nahe aperiodisch war.

Die Druckkoeffizienten γ wurden aus den Widerstandsverhältnissen $\frac{X_0}{W}$ (X_0 Widerstand ohne Druck) und $\frac{X_p}{W}$ (X_p Widerstand unter dem Druck p) berechnet; dabei wurden die Widerstandsverhältnisse durch Interpolation aus ver-

1) Herrn Institutsmechaniker Goers möchte ich auch an dieser Stelle für seine verständnisvolle Beratung danken.

schiedenen Ausschlägen bei geringer Variation des einen Verzweigungswiderstandes ermittelt[1]).

Der nicht unter Druck gebrachte Vergleichswiderstand W befand sich ebenfalls in einem Stahlbehälter, von den gleichen Abmessungen wie der in der Figur abgebildete. Durch die dadurch vorgegebenen gleichen Wärmeleitungsbedingungen sollte erreicht werden, daß die beiden Widerstände X und W Schwankungen der Badtemperatur in gleicher Weise folgen konnten, um so das Verhältnis $\frac{X}{W}$ konstant zu halten. In welchem Maße dies gelang, ist weiter unten (Absatz 5b) ausgeführt.

Die ganze Versuchsanordnung befand sich in einem Zimmer von hinreichender Temperaturkonstanz.

5. Messung des Druckkoeffizienten.

a) bei 0° C.

Der Druckkoeffizient γ ergab sich aus einer größeren Anzahl von Messungen bei Druckem zwischen 50 und 150 kg/cm² zu:

$$\gamma = -2{,}14\,(\pm 0{,}013) \times 10^{-6}.$$

Dieser Wert weicht von dem von Bridgman gefundenen Druckkoeffizienten um ca. 6 Proz. ab[2]). Sieht man von Verschiedenheiten in der Reinheit des Versuchsmaterials sowie der Druckmessung ab, so wäre der hier etwas größer gefundene Druckkoeffizient im Einklang mit einem Befund von A. Michels[3]), nach dem der Druckkoeffizient im Bereich der von ihm untersuchten kleinen Drucke erheblich größer als bei nur wenig höheren Drucken ist. Danach wäre zu erwarten, daß bei etwas höheren Drucken der Koeffizient γ von Kupfer kleiner wird und dem Wert von Bridgman näherkommt.

Es sei noch bemerkt, daß der Druckkoeffizient nach meinen Messungen im Druckbereich von 50 bis 150 kg/cm² konstant ist — woraus der oben angegebene Mittelwert folgt — bzw. daß Änderungen noch in der Fehlergrenze liegen, während Michels für Platin z. B. in verhältnismäßig geringen Druckbereichen (von 50 kg/cm²) erhebliche Verschiedenheiten des Druckkoeffizienten angibt. Es ist indessen sehr wohl möglich, daß für die einzelnen Metalle diese Druckbereiche verschieden groß sind.

Jedenfalls ist diese Frage[4]) für die Theorie von Bedeutung und bedarf noch eingehender Untersuchung.

Von der von Michels behaupteten Hysteresiserscheinung[1]) des Widerstandes nach Druckbeanspruchung konnte ich mich bei meinen Versuchen nicht überzeugen.

b) bei −195° C.

Die Messungen wurden mit flüssigem Stickstoff ausgeführt. Das Niveau, bis zu welchem die Stahlgefäße eintauchten, wurde mittels einer besonderen Tropfvorrichtung (mittels Vakuumheber) konstant gehalten. Die Temperatur des flüssigen Stickstoffs wurde während der ganzen Versuchsdauer mit Platinwiderstandsthermometer kontrolliert. Es ergaben sich hierbei geringe Schwankungen, die aber die Messung des Druckkoeffizienten schon sehr störten. Insbesondere zeigten die Widerstandsverhältnisse $\frac{X_0}{W}$, die vor und nach der Druckbelastung gemessen sind, Verschiedenheiten, während die Verhältnisse $\frac{X_p}{W}$ recht konstant blieben.

Als Mittelwert der Messungen ergab sich für den Druckkoeffizienten γ bei −195° C der Wert:

$$\gamma = -5{,}17 \times 10^{-6}.$$

Dabei weichen einzelne Messungen von diesem Mittelwert bis zu 20 Proz. ab. Es zeigt sich also, daß die geringen Temperaturschwankungen nicht völlig ausgeschaltet werden konnten. Ausdrücklich sei aber bemerkt, daß der Gang der einzelnen Versuche eindeutig war.

Damit folgt, daß der Druckkoeffizient des elektrischen Widerstandes von Kupfer nach tiefen Temperaturen hin wächst, und zwar — nach den vorstehend gegebenen vorläufigen Messungen — auf das rund $2^1/_2$fache des Wertes bei 0° C.

Mit Einschluß der Messungen von Kamerlingh-Onnes und Beckman möge die Vermutung ausgesprochen werden, daß der Druckkoeffizient des elektrischen Widerstandes der Metalle in tiefer Temperatur allgemein wächst.

Die Versuche werde ich mit dem Ziel der Gewinnung quantitativer Resultate, auch für andere Metalle, fortsetzen.

Ich danke verbindlichst der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für Bewilligung eines Forschungsstipendiums, ebenso Herrn Geheimrat Prof. Dr. E. Grüneisen für die Überlassung der Hilfsmittel seines Instituts.

1) Vgl. zu dem Meßverfahren W. Jaeger, Elektr. Meßtechnik (1922), S. 309ff.

2) γ (Bridgman) $= -2{,}01 \times 10^{-6}$, bei kleinen Drucken.

3) Ann. d. Phys. **85**, 770, 1928.

4) Im übrigen ist die Frage nicht neu. Von früheren Autoren sind bereits Formeln mit quadratischen Gliedern für die Abhängigkeit des Widerstandes vom Druck angegeben. Vgl. B. Beckman, Diss. Upsala 1911, S. 3.

1) l. c. S. 772.

Z. Zt. Marburg, den 20. März 1929.

(Eingegangen 25. März 1929.)

Über Kristallstruktur und Ferromagnetismus.

Von W. Schmidt.

Zu dem Bericht von Herrn O. v. Auwers über Kristallstruktur und Ferromagnetismus in Bd. 29 (1928), Heft 24, S. 921 möchte ich folgendes bemerken: Herr O. v. Auwers stellt sich die Frage, worin der Schlüssel des Ferromagnetismus zu suchen ist und schreibt auf S. 925:

„Zeichnet man die für die vorliegenden Überlegungen entscheidenden Atomabstände im α- und γ-Eisen über einer Temperaturachse auf

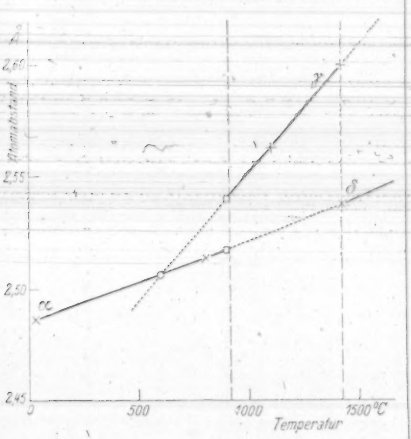


Fig. 1.

(Fig. 1), so schneidet die hypothetische Extrapolation der Kurve des γ-Eisens die des α-Eisens in deren Existenzgebiet bei etwa 610° C. Man könnte versucht sein, anzunehmen, daß bereits bei dieser Temperatur die α-γ-Umwandlung eintreten müßte. Tatsächlich erfolgt sie erst bei 901° C. Ebenso verschwindet der Magnetismus weder bei dieser noch bei jener Temperatur, sondern bei einem Mittelwert" (etwa bei 769° C). „Ferner: bei 1425° schlägt das k. f. Gitter des γ-Eisens wieder in das k. r. Gitter des α-Eisens um, das ist ziemlich genau die Temperatur, bei der der extrapolierte — mit den Beobachtungstatsachen übereinstimmende — Atomabstand des Eisens bei 1425° den Atomabstand des γ-Eisens erreicht hat, bei dem dieses stabil geworden ist (901° C)".

Ich möchte nun darauf hinweisen, daß diese Temperaturen und andere, in °abs. gemessen, anscheinend in einem einfachen Zusammenhang stehen, der sich durch die Gleichung

$$T = n\frac{T_s}{m}$$

wiedergeben läßt. Hierbei ist $m = 14$ und n eine ganze Zahl von 1 bis 13 und T_s die Schmelztemperatur von etwa 1803° abs.

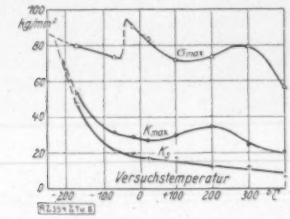
Herr v. Auwers nennt die Temperaturen 610 (769) 901 und 1425° C oder 883, (1042), 1174 und 1698° abs. Bei den beiden letztgenannten Temperaturen treten Umwandlungen des Kristallgefüges ein, auch bei 1042° abs. ist ein Umwandlungspunkt festgestellt worden.

Der Temperaturbeiwert des elektrischen Widerstandes des reinen Eisens hat bei 1023° abs. eine Spitze. Nach Versuchen von Goerens und Mailänder zeigen verschiedene Eisensorten von etwa 253° abs. bis 213° abs. einen Sprung in der Einschnürspannung. Ein eigenartiges Verhalten von Eisenstäben hat man bei etwa 373° abs. gefunden: Werden solche Stäbe nach dem von O. Föppl ausgebildeten Verfahren durch Drehschwingungen beansprucht und erwärmen sie sich dabei auf etwa 100° C, so zeigen sie eine unbegrenzte Haltbarkeit. Überlastete Probstäbe verlieren ihre bleibende Dehnung, wenn man sie in siedendes Wasser taucht. Dr.-Ing. Traeger hat Unstetigkeiten in der Wärmedehnung bei Kohlenstoffstählen bei 368, 504 und 568° abs. festgestellt. Curie fand bei 1553° abs. ein plötzliches Ansteigen der Magnetisierbarkeit. Die hier genannten Temperaturen, die ich als Schriftleiter gesammelt habe, sollen nun den Werten

$$T = \frac{n\,T_s}{14}$$ gegenübergestellt werden.

n	T° abs $= \frac{n\,T_s}{14}$	
1	128,8	—
2	257,6	Sprung in der Einschnürspannung bei 253 bis 213° abs. (Fig. 2 und 3.) Die kleineren Temperaturen sind vielleicht darauf zurückzuführen, daß die Unterkühlung beim Versuch zu kurze Zeit gewirkt hat.
3	386,4	Auffallendes Verhalten bei Drehschwingungsversuchen und von überlasteten Probestäben. Unstetigkeit in der Wärmedehnung bei 368° abs.
4	515,2	Unstetigkeit in der Wärmedehnung nach Traeger[1]) bei 504° abs.
5	644	—
6	772,8	—
7	901,6	Schnittpunkt der Atomabstandlinien, aufgetragen über

1) Traeger, Anlaßvorgänge in abgeschreckten Kohlenstoffstählen. Forschungsarbeiten des V. d. I., Heft 294.



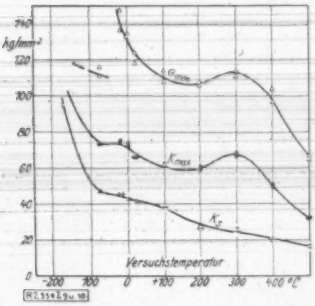


Fig. 2 und 3. Versuche von Goerens und Mailänder mit Elektrolyteisen (0% C) und Kohlenstoffstahl (1% C).

		der Temperatur nach v. Auwers bei 883° abs. Knick in den Einschnürspannungen und Einschnürungen nach Versuchen von Ludwik[1]) (Fig. 4), Punkt *C*.
8	1030,4	Verschwinden des Magnetismus bei etwa 1042° abs. Maximum des Temperaturbeiwertes des elektrischen Widerstandes bei 1023° abs. Umwandlungspunkt des Eisens bei 1042° abs.
9	1159,2	Umwandlungspunkt des Eisens bei 1174° abs.
10	1288	Wagerechte im Eisen-Kohlenstoff-Zustandsdiagramm bei 1273° abs.
11	1416,8	Wagerechte im Eisen-Kohlenstoff-Zustandsdiagramm bei 1418° abs.
12	1545,6	Curiepunkt bei 1553° abs.
13	1674,4	Umwandlungspunkt des Eisens bei 1674 bis 1698° abs. nach verschiedenen Angaben.
14	1803	Schmelzpunkt des Eisens.

1) Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 59, 661, 1915.

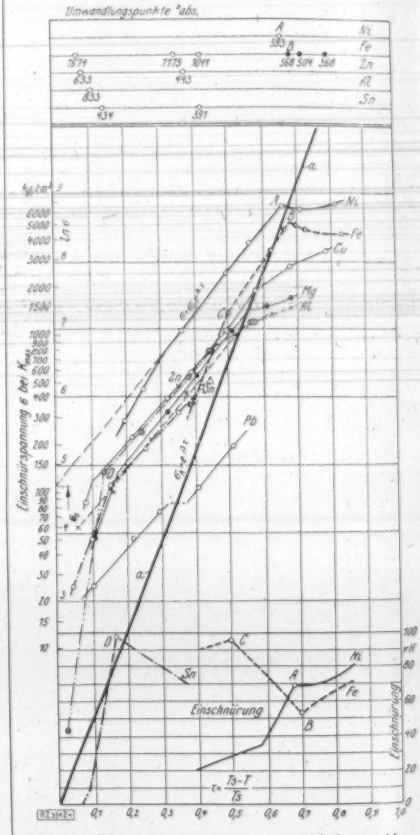


Abb. 4. Einschnürspannung σ verschiedener Metalle, Umwandlungspunkte und Einschnürung aufgetragen über $\frac{Ts\,T}{Ts}$ nach Versuchen von Ludwik. Ts = Schmelztemperatur, T = Versuchstemperatur.

Hiernach lassen die Temperaturen, bei denen diese Unstetigkeiten auftreten, eine Gesetzmäßigkeit erkennen.

Wenn das aber der Fall ist, so hätte man bei allen Versuchen mit Metallen, bei denen solche Erscheinungen zu erwarten sind, die

größte Sorgfalt auf die Temperaturmessung anzuwenden und sich gleichzeitig zu überzeugen, daß der stationäre Zustand jeweils erreicht ist, bevor man die Temperatur steigert oder senkt. Nach Versuchen von Traeger und nach den Erfahrungen mit Duralumin und ähnlichen Metallen können hierzu Tage erforderlich sein.

Auch ein zweiter Punkt ist wohl zu beachten: Wenn auch bei Nichteisenmetallen mit wesentlich kleinerer Schmelztemperatur als der des Eisens eine ebenso große Anzahl kritischer Temperaturen auftritt als beim Eisen, dann liegen sie ziemlich nahe beieinander, so daß derartige Versuche nicht nur wegen der langsamen Temperatursteigerung sondern auch wegen der großen Zahl der erforderlichen Versuchspunkte sehr viel Zeit beanspruchen müssen. Am Beispiele des Zinns soll dieses kurz erläutert werden: Zinn schmilzt bei T_s 504,9° abs., und Modifikationen sind bei 434 und 291° abs. nachgewiesen. Um nachzuprüfen, ob die Gleichung $\frac{n}{m} T_s$ auch hierbei gilt, bilde ich die Differenzen

$$\begin{aligned} 504{,}9 - 434 &= 1 \cdot 70{,}9 = 2 \cdot 35{,}45 \\ 434 - 291 &= 2 \cdot 71{,}5 = 4 \cdot 35{,}75 \\ 291 - 0 &= 4 \cdot 72{,}8 = 8 \cdot 36{,}4 \ . \end{aligned}$$

Man erkennt, daß auch in diesem Falle $m = 14$ sein kann, dann sind aber die Unterschiede der kritischen Temperaturen mit rund 36° sehr klein.

(Eingegangen 8. Februar 1929.)

Über die Süringsche Blitzaufnahme, sowie über einige neuere, vermeintliche Kugelblitzaufnahmen.

Von B. Walter.

Unter den schönen Bildern, welche O. Prochnow in seinem umfangreichen Illustrationswerke „Erdball und Weltall" (Hugo Bermühler Verlag, Berlin-Lichterfelde 1928) hat erscheinen lassen, befindet sich auf Tafel 90 und 91 auch eine bisher noch nicht veröffentlichte, von R. Süring in Potsdam stammende Blitzaufnahme, die in mehrfacher Hinsicht von Interesse ist. Mit den Erörterungen allerdings, welche Herr Prochnow in dem Texte seines Werkes an diese Aufnahme knüpft, kann ich mich nicht in allen Punkten einverstanden erklären; und im besonderen muß ich auch seinen Satz beanstanden, daß „die Betrachtung dieses Blitzes die bisher ziemlich klare Auffassung über die Natur des Blitzes merklich verwirrt hat". Da nun aber diese Auffassung im wesentlichen von mir herrührt[1]), so sehe ich mich veranlaßt, hier auf die Süringsche Aufnahme etwas näher einzugehen.

Ferner möchte ich bei dieser Gelegenheit auch noch, da ich von Fachgenossen mehrfach danach gefragt worden bin, meine Meinung über die auf den Tafeln 93, 94 und 160 des Prochnowschen Werkes wiedergegebenen photographischen Aufnahmen sagen, welche von dem Herausgeber als Kugelblitzaufnahmen bezeichnet und auch im Text mehr oder weniger ausführlich als solche beschrieben worden sind.

Was nun zunächst die Süringsche Blitzaufnahme anbetrifft, so wurde diese mit feststehender Kamera gemacht und zeigt außer einem starken, aus mehreren Teilentladungen bestehenden Blitz auch noch eine viel schwächere und anscheinend auch nur einfache Entladung, welche den Hauptblitz im Originalbilde ungefähr in der Mitte des letzteren überquert, mit dem Hauptblitz aber jedenfalls in keinem direkten Zusammenhang stand, so daß deswegen von ihm auch im folgenden nicht weiter die Rede sein wird.

Der Hauptblitz der Aufnahme ist nun zunächst in unserer Tafel IV in seiner ganzen Ausdehnung wiedergegeben, und zwar der größeren Deutlichkeit wegen in zwei Hälften in je etwa dreifacher Vergrößerung des Originals. Von den beiden Bildern stellt ferner Fig. 1 die obere und Fig. 2 die untere Hälfte des in der Aufnahme zur Abbildung gelangten Teiles der Blitzbahn dar. In der Tafel V ist ferner als Fig. 3 noch ein besonderer Abschnitt der Blitzbahn aus der Fig. 2 der Tafel IV in ungefähr zwölffacher Vergrößerung des Originals wiedergegeben, da von diesem Abschnitt in den Prochnowschen Erörterungen im besonderen die Rede ist.

Die Entfernung der Einschlagstelle des Blitzes betrug nach der Angabe Prochnows 500 m, nach Herrn Sürings brieflicher Mitteilung aber „wohl richtiger" 470—480 m, so daß ich in der Folge mit 475 m rechnen werde. Das Objektiv der Kamera hatte eine Brennweite von 15,15 cm, und seine Achse soll bei der Aufnahme um rund 10° gegen den Horizont geneigt gewesen sein, was mir auch von Herrn Süring bestätigt wurde.

Aus dieser Neigung der Kameraachse in Verbindung mit der von ihm angenommenen Entfernung der Einschlagstelle berechnet nun Herr Prochnow für die Mitte des in der Aufnahme zur Abbildung gelangten Teiles der Blitzbahn eine Höhe von 90 m über dem Erdboden. Nach

1) B. Walter, Physik. Zeitschr. **3**, 168, 1902; **13**, 1082, 1912; **19**, 273, 1918; Ann. d. Phys. **10**, 393, 1903; **18**, 863, 1905; **19**, 1032, 1906; Jahrb. d. Hamb. wiss. Aust. **20**, 1903 und **27**, 1909.

meiner Ansicht muß jedoch die Achse der Süringschen Kamera erheblich stärker gegen den Horizont geneigt gewesen sein, als dieser Beobachter annimmt. Dies folgt nämlich daraus, daß in der Aufnahme nichts vom Gelände zu sehen ist, was sonst der Fall sein müßte. Um dies näher zu zeigen, sei in der Fig. 4 des Textes O der optische Mittelpunkt des Kameraobjektivs, COF seine Achse und AB ein Vertikaldurchschnitt durch die Mitte der photographischen Platte, so daß also $AB \perp OC$ und $OC = 15{,}15$ cm, da die Platte natürlich auf Unendlich eingestellt war. Der Punkt C unserer Figur entspricht ferner der

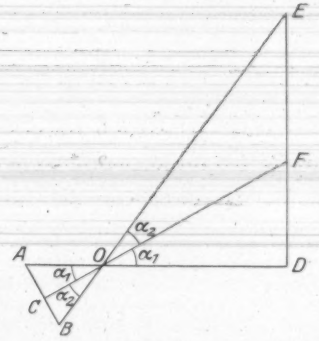


Fig. 4.

Mitte der Platte, die Punkte A und B sollen dagegen nicht die Enden ihrer vertikalen Mittellinie darstellen; sondern es sollen die beiden Strecken AC und BC die senkrechten Entfernungen der beiden Enden des Blitzes von der durch C gehenden horizontalen Mittellinie der Platte bedeuten.

Nach den Ausmessungen des mir von Herrn Süring freundlichst übersandten Diapositivs seiner Aufnahme ist nun hierin $AC = 8{,}7$ cm und $CB = 6{,}9$ cm, so daß sich zunächst der Winkel $AOC = \alpha_1 = 29^0\,50'$ ergibt. Da nun aber, wie gesagt, in der Aufnahme vom Gelände nichts zu sehen ist, d. h. die Linie AOD zum mindesten die Neigung 0^0 gegen den Horizont gehabt haben muß, so muß mithin die der Kameraachse OF mindestens $29^0\,50'$ gewesen sein. Mit diesem Winkel FOD ergibt sich nun aber für die der Plattenmitte C entsprechende Stelle der Blitzbahn eine erheblich größere Höhe als von Herrn Prochnow berechnet wurde; denn, wenn beispielsweise der Blitz genau senkrecht zur Erde gegangen wäre, so wird diese Höhe, wenn in unserer Figur D den Ort der Einschlagstelle bedeutet, $> FD = OD \operatorname{tg} \alpha_1 = 475 \cdot 0{,}573 = 272$ m, d. h. mindestens dreimal so groß wie der Prochnowsche Wert.

Die Gesamthöhe des in der Aufnahme zur Abbildung gelangten Teiles der Blitzbahn würde sich ferner mit der letztgenannten Annahme $> ED = OD \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1 + \alpha_2) = 660$ m ergeben, so daß wir es also hier schon mit recht beträchtlichen Höhen über dem Erdboden zu tun haben. Wir werden sehen, daß dieser Umstand für unsere späteren Betrachtungen immerhin von einiger Bedeutung ist.

Herrn Prochnow fällt nun bei unserem Blitzschlag zunächst die Tatsache auf, daß seine einzelnen Teilentladungen viel weniger parallel miteinander verlaufen als bei anderen Aufnahmen dieser Art, wobei er vor allem an diejenige von H. Kayser (Ber. d. Berliner Akad. vom 27. Nov. 1884 und Wied. Ann. **52**, 131, 1885, sowie an die von mir in den Ann. d. Phys. **19**, 1032, 1906 wiedergegebene und auch ausführlich beschriebene Aufnahme von G. Rümker denkt. Auch diese beiden Blitzbilder wurden nämlich mit feststehender Kamera erhalten; und die Tatsache, daß in ihnen — ebenso wie in dem Süringschen — die einzelnen Teilentladungen des betreffenden Blitzes deutlich voneinander getrennt erscheinen, wird nach allgemeiner Annahme darauf zurückgeführt, daß ein starker Wind die ganze Blitzbahn im Verlaufe der Entladung um ein entsprechendes Stück zur Seite geweht hat.

Um nun aber die erwähnte geringere Parallelität der einzelnen Teilentladungen des Süringschen Blitzes zu erklären, macht Herr Prochnow die m. E. unnötige und auch aus elektrischen Gründen unmöglich erscheinende Annahme, daß die fünf starken Teilentladungen, welche die in den Tafelbildern 1—3 links gelegene Hauptentladung des Blitzes bilden, nicht nacheinander sondern gleichzeitig erfolgt seien. Eine Bestätigung dieser Annahme sieht er ferner darin, daß an der in unserer Fig. 3 (Tafel V) durch die beiden oberen Pfeile angezeigten Stelle der Blitzbahn anscheinend eine Querverbindung zwischen jenen Teilentladungen stattgefunden hat.

Nun ist aber diese Querverbindung doch sicher nur eine scheinbare, nämlich offenbar dadurch hervorgerufen, daß die betreffenden Teilentladungen — eben wegen ihrer mangelhaften Parallelität, sowie auch wegen ihrer verhältnismäßig großen Breite — sich hier in der Figur zufällig sämtlich unmittelbar neben bzw. übereinander projiziert haben. Dies wurde hier übrigens auch noch durch den Umstand begünstigt, daß die beiden in der Aufnahme am weitesten nach rechts gelegenen dieser fünf Teilentladungen, die sonst fast auf der ganzen Länge des in der Aufnahme sichtbaren Teiles der Blitzbahn zusammengefallen sind, gerade an dieser Stelle deutlich voneinander getrennt erscheinen. Denn daß es sich hierbei tatsächlich um zwei

und nicht bloß um eine Teilentladung handelt, sieht man besonders deutlich auch noch an der in der Fig. 3 durch den unteren Pfeil bezeichneten Stelle.

Die in Rede stehende scheinbare Querverbindung an der ersteren Stelle der Bahn unseres Blitzes erklärt sich also zwanglos aus der mangelhaften Parallelität der fraglichen Teilentladungen; und es besteht daher auch kein Grund, daran zu zweifeln, daß auch diese Teilentladungen — wie stets bei meinen vielen mit bewegter Kamera aufgenommenen ähnlichen Blitzen — zeitlich nacheinander erfolgt sind. Die zeitliche Reihenfolge derselben läßt sich ferner — auch ohne daß die damals herrschende Windrichtung bekannt zu sein braucht — schon aus der Struktur der sechsten Teilentladung unseres Blitzes entnehmen, die in unseren Bildern im allgemeinen rechts neben den fünf oben erwähnten starken Teilentladungen desselben verläuft. Diese sechste Teilentladung zeichnet sich nämlich von den übrigen Entladungen unseres Blitzes durch zahllose seitliche Anhängsel aus (s. besonders auch Fig. 3), die im Bilde von ihrer zugehörigen linienförmigen „Anfangsentladung" aus sämtlich von links nach rechts verlaufen, so daß aus der später zu erörternden Natur dieser Anhängsel folgt, daß auch die Richtung des Windes sowie auch der Verlauf der Zeit in unserer Aufnahme in der gleichen Richtung anzunehmen ist. Für die Windrichtung wird dies tatsächlich durch die brieflichen Angaben des Herrn Süring bestätigt, da danach das Objektiv der Kamera bei der Aufnahme nach SSE gerichtet war und der Wind aus E — in unserer Aufnahme also von links — kam.

Was nun aber die Erklärung der mangelhaften Parallelität der einzelnen Teilentladungen unseres Blitzes angeht, die sich ja übrigens mit besonderer Deutlichkeit auch bei den drei letzten, schwächeren Teilentladungen desselben zeigt, so ist diese offenbar einfach in einer sehr großen Ungleichmäßigkeit des Windes in den hier in Frage kommenden Teilen der Atmosphäre zu suchen. Daß ferner diese Ungleichmäßigkeit bei unserer Aufnahme erheblich größer war, als bei den beiden andern obengenannten Aufnahmen, der Kayserschen und der Rümkerschen, dürfte seinen Grund zum Teil auch darin haben, daß wir es hier mit viel höher gelegenen Teilen der Atmosphäre zu tun haben als bei diesen. Das obere Ende des in den betr. Aufnahmen sichtbaren Teiles der Blitzbahn ragt nämlich bei der Süringschen nach dem Obigen bis zu etwa 700 m empor, während nach den Angaben Kaysers diese Höhe bei seinem Blitz höchstens 240 m betragen haben kann; und auch bei dem Rümkerschen Blitz dürfte diese Höhe geringer als 300 m gewesen sein.

Immerhin ist aber der hauptsächlichste Grund für die mangelhafte Parallelität der einzelnen Teilentladungen des Süringschen Blitzes nach meiner Ansicht doch in einem besonders unregelmäßigen Zustand der Atmosphäre zur Zeit dieser Entladung zu suchen; und hierin scheint mir nun auch gerade die besondere Bedeutung dieser Aufnahme zu liegen, so daß es wohl gerechtfertigt ist, wenn wir hier noch etwas näher auf diese Verhältnisse eingehen.

Zunächst ist nun hierzu noch zu erwähnen, daß für unsere Erklärung der mangelhaften Parallelität der Teilentladungen dieses Blitzes auch noch der Umstand spricht, daß die Abweichungen von der Parallelität bei ihm um so größer werden, je höher hinauf wir in der Blitzbahn gehen; denn während z. B. die drei letzten Teilentladungen in der unteren Hälfte unseres Blitzbahnstückes (s. Fig. 2 der Tafel IV) noch fast überall deutlich getrennt nebeneinander verlaufen, kann man in der oberen Hälfte desselben (Fig. 1) mehrere solcher scheinbarer „Querverbindungen" beobachten; und am obersten Ende dieser Figur treten sogar die drei letzten schwächeren Teilentladungen, die sonst im Bilde überall rechts von den oben erörterten sechs Hauptentladungen des Blitzes liegen, für ein beträchtliches Stück der Bahnlinie nach links hinüber, was von unserem Standpunkte aus natürlich so zu verstehen ist, daß hier in diesem Augenblick ein rasender Wirbelwind stattgefunden hat. Dieselbe Erscheinung in noch viel größerem Ausmaße zeigt übrigens auch schon die Aufnahme von Fr. Klingelfuß in den Ann. d. Phys. 1c, Tafel I, 1903, wo sie sich aber auch augenscheinlich in unmittelbarer Nähe der Gewitterwolke abgespielt hat.

Um nun aber weiter auch noch einige Zahlenwerte über die Größe der Ungleichmäßigkeit der Windbewegung an einigen besonders hervortretenden Stellen unseres Blitzes zu erhalten, wollen wir zunächst in Fig. 1 der Tafel IV die etwas oberhalb der Mitte dieser Figur gelegene Stelle, wo seine drei letzten Teilentladungen scheinbar zusammenfallen, mit der im Bilde etwa 10 mm höher gelegenen Stelle vergleichen, wo ihr Abstand verhältnismäßig groß ist und etwa 4 mm beträgt. Mit Rücksicht darauf, daß wir es hier mit einer etwa dreifachen Vergrößerung des Originalbildes zu tun haben, ergeben sich nun hieraus mit den angegebenen Werten der Entfernung der Einschlagstelle und der Brennweite des Kameraobjektivs in der Natur Abstände von bzw. 10 und 4 m, d. h. es lagen zunächst die beiden in Betracht gezogenen Stellen der Blitzbahn in der Natur in einem Abstand von nur 10 m übereinander. Und, während nun an der unteren dieser beiden Stellen die drittletzte und

letzte Teilentladung sich für den Beobachter direkt aufeinander projizierten, lagen sie an der oberen Stelle für ihn in der Natur 4 m voneinander entfernt.

Nehmen wir dann weiter mit Prochnow an, daß die Dauer des ganzen Blitzschlages $^1/_2$ Sekunde betrug, so daß dann also die Zeit zwischen seiner drittletzten und letzten Teilentladung etwa 0,2 Sekunde betragen haben würde, so besagt der oben zuletzt berechnete Abstand von 4 m, daß der Wind an der oberen der beiden hier betrachteten Stellen der Blitzbahn diese in dem fraglichen Augenblick senkrecht zur Blickrichtung zum mindesten mit einer Stärke von $\frac{4}{0{,}2} = 20$ m/sec nach rechts hin verweht haben muß, während 10 m darunter überhaupt keine Verschiebung in der genannten Richtung stattfand. Erwähnt sei hierbei noch, daß die fragliche Stelle in dem Süringschen Diapositivabdruck etwa 13 cm von dem untersten Ende seines Blitzbahnstückes entfernt war, woraus unter den unserer Fig. 4 zugrunde liegenden Annahmen folgt, daß die Stelle in der Natur zum mindesten in 490 m Höhe über dem Erdboden gelegen hat.

Erheblich größer ergibt sich nun aber die Ungleichmäßigkeit der Windbewegung noch für das oberste Ende des in der Süringschen Aufnahme abgebildeten Stückes seines Blitzes, wo sich, wie bereits erwähnt, eine starke Wirbelbewegung des Windes zeigt. Mißt man nämlich hier den Abstand der ersten und letzten Teilentladung an den beiden Stellen, wo die letztere bzw. am weitesten nach rechts und am weitesten nach links von der ersteren gelegen ist, so hat man, um den Unterschied der Windbewegung an diesen beiden Stellen zu erhalten, die genannten beiden Abstände zu addieren und findet dann, wenn man wieder die Dauer des ganzen Blitzes zu $^1/_2$ Sekunde annimmt, in ähnlicher Weise wie oben, daß der fragliche Unterschied in diesen beiden nur etwa 20 m übereinander liegenden Luftschichten in der genannten halben Sekunde fast 40 m/sec betragen oder genauer, daß der Wind an den oberen der beiden Stellen eine Geschwindigkeit von über 25 m/sec von links nach rechts und an der unteren Stelle eine solche von etwa 15 m/sec in entgegengesetzter Richtung gehabt haben muß. Dabei handelt es sich ferner in allen diesen Fällen um Mindestwerte; denn einesteils können wir aus derartigen Aufnahmen natürlich nur die senkrecht zur Beobachtungsrichtung gelegenen Komponenten der Windstärke entnehmen, und andernteils dürfte auch die Dauer unseres Blitzes erheblich geringer als $^1/_2$ Sekunde gewesen sein. Die von Herrn Prochnow bei seinen entsprechenden Rechnungen angenommene Zeitdauer unseres Blitzes von $^1/_2$ Sekunde stellt nämlich ungefähr den Maximalwert dar, welcher bisher von mir für die Dauer eines Blitzschlages gemessen wurde. Richtiger dürfte es aber doch wohl sein, hierbei mit einem Mittelwert zu rechnen; und deswegen glaube ich, daß man mit $^1/_4$ Sekunde der Wirklichkeit näher kommt. Mit diesem Wert würden sich nun aber die oben angegebenen Werte der Windstärke bzw. des Windstärkenunterschiedes sämtlich verdoppeln, so daß wir z. B. bei dem am oberen Ende unseres Blitzbahnstückes aufgetretenen Wirbelwind für die beiden in nur 20 m Abstand übereinander gelegenen Luftschichten in dem fraglichen Augenblick auf eine Relativgeschwindigkeit des Windes von etwa 80 m/sec senkrecht zur Aufnahmerichtung kommen würden.

Herr Prochnow meint allerdings bei Gelegenheit seiner in ähnlicher Weise angestellten Berechnungen, daß hier auf Grund der Anemometerbeobachtungen schon Windstärken von 20 m/sec ziemlich unwahrscheinlich seien; indessen ist hierbei doch zu berücksichtigen, daß einesteils ein Anemometer solche in Bruchteilen einer Sekunde auftretenden Windstärkeänderungen natürlich nicht mehr zu registrieren vermag, und daß andernteils, wie schon eingangs erwähnt wurde, das in der Süringschen Aufnahme sichtbare Stück der Blitzbahn ganz erheblich viel höher in die Atmosphäre hinaufragte als Herr Prochnow annahm. Denn daß in unmittelbarer Nähe der Gewitterwolke gelegentlich noch größere Wirbelbewegungen des Windes vorkommen, als sie nach dem Obigen hier bei unserem Blitz auftraten, dafür scheint mir zunächst die bereits oben angeführte Klingelfußsche Aufnahme den sicheren Beweis zu liefern; und im übrigen habe auch ich selbst schon vor vielen Jahren bei hellem Tage unmittelbar vor einem Gewitterausbruch in den sich zusammenballenden Wolken eine ähnliche starke Wirbelbewegung beobachtet, wie sie diese Aufnahme erkennen läßt.

Was sodann die schon oben erwähnte sechste Teilentladung unseres Blitzes mit ihren kurzen seitlichen Anhängseln angeht, die von oben bis unten hin annähernd gleichen Abstand voneinander besitzen, so haben wir es hier offenbar mit der gleichen Erscheinung zu tun, wie sie sich auch schon bei dem Kayserschen und besonders deutlich bei dem Rümkerschen Blitz zeigte. Dieselbe wurde von mir in meiner angeführten Beschreibung des letzteren als eine Schichtenbildung erklärt, wie sie ja besonders leicht bei Entladungen in Geißlerschen Röhren zu erhalten ist. Daß ferner diese Schichten in der Süringschen Aufnahme sehr viel unregelmäßiger verlaufen als in den anderen beiden genannten Aufnahmen, ist nach dem, was oben über die Ungleichmäßigkeit der Windbewegung

Fig. 1. Fig. 2.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Fig. 3.

zur Zeit jenes Blitzschlages gesagt wurde, wohl nicht anders zu erwarten. Erwähnt möge hier aber doch noch werden, daß sich aus einer an der Süringschen Aufnahme vorgenommenen Abstandsmessung je zweier im Bilde unmittelbar nebeneinander liegender, möglichst gleichartig verlaufender Schichten dieser Art für deren Abstand in der Natur etwa 150 cm ergeben hat, während dieser Abstand bei dem Rümkerschen Blitz nur etwa 80 cm und bei dem Kayserschen sogar nur 35 cm betrug. Diese so erheblichen Unterschiede dürften wohl hauptsächlich durch den Unterschied der Luftverdünnung bedingt sein, welche zur Zeit der fraglichen Teilentladung in der Blitzbahn herrschte. Beim Süringschen Blitz nämlich mußte diese Verdünnung wegen der fünf starken, der fraglichen Entladung voraufgegangenen Teilentladungen einen besonders hohen Grad erreicht haben, während beim Rümkerschen Blitz jener Entladung nur eine und beim Kayserschen anscheinend überhaupt keine Teilentladung voraufging.

Die sehr starke Luftverdünnung, welche wir hiernach in dem Entladungskanal des Süringschen Blitzes annehmen müssen, mag übrigens auch dazu beigetragen haben, daß die einzelnen Teilentladungen dieses Blitzes in der Aufnahme um so viel weniger parallel zu einander verlaufen als bei den andern beiden genannten Blitzen.

Schließlich fällt Herrn Prochnow in der Süringschen Aufnahme in der Umgebung ihres Hauptblitzes noch „ein feiner, nicht strukturloser Lichtschleier" auf, „der seiner unregelmäßigen Breite und örtlichen Besonderheiten wegen nicht einfach als Lichthof der Platte angesprochen werden kann", und den er deshalb auf eine durch den Blitz in der umgebenden Luft hervorgerufene Lichterscheinung zurückführen zu müssen glaubt. Von diesem Schleier ist allerdings in unseren Tafel-Figuren, bei denen es mir hauptsächlich auf die Sichtbarmachung der einzelnen Teilentladungen des Blitzes ankam, so gut wie nichts zu sehen; sehr gut dagegen ist er auf der Tafel 90 des Prochnowschen Werkes herausgearbeitet.

Zu der Auffassung des Herrn Prochnow über die Natur dieses Schleiers habe ich nun jedoch zu bemerken, daß sich bei genauerer Durchsicht meiner zahlreichen Blitzaufnahmen ebenfalls eine gefunden hat, welche in dem den Hauptblitz umgebenden Lichtschleier ganz ähnliche, im Positiv helle Streifen zeigt, wie die entsprechende Gegend der Süringschen Aufnahme. Es ist dies das linke Bild des in der Tafel 31 dieser Zeitschrift, Bd. **13**, 1912 veröffentlichten stereoskopischen Bilderpaares, wo diese Streifen auch in der Reproduktion noch recht gut zu erkennen sind. Da nun aber in dem danebenstehenden zweiten Bild des Paares von diesen Streifen nichts zu sehen ist, so ist daraus doch wohl zu schließen, daß wir es hier nicht mit einer Erscheinung in der Natur zu tun haben, sondern, daß es sich dabei wahrscheinlich um eine jener zahlreichen Unregelmäßigkeiten handelt, wie sie ja beim photographischen Prozeß in so vielfacher Gestalt auftreten. Über die nähere Natur dieser Unregelmäßigkeit kann ich allerdings bis jetzt nichts Bestimmtes sagen, hoffe jedoch, später darauf zurückzukommen.

Im Anschluß an diese Bemerkungen über die Süringsche Blitzaufnahme möchte ich nun auf Anregung von dritter Seite hin auch noch kurz meine Ansicht über die drei in dem genannten Prochnowschen Werke veröffentlichten, von zwei Laien stammenden photographischen Aufnahmen sagen, die dessen Herausgeber als Kugelblitzbilder beschrieben hat.

Von diesen zeigt das auf Tafel 160 des Werkes wiedergegebene, in Niederwerth am Rhein aufgenommene Bild zunächst oben in den Wolken mehrere Blitze der gewöhnlichen Art und ferner in der Mitte des Bildes auf dunklem Hintergrund eine große Zahl von kraus durcheinander laufenden hellen Linien, deren Verlauf mit dem gewöhnlicher Blitze auch nicht die geringste Ähnlichkeit hat. Diese Linien zeigen aber doch — trotz ihrer scheinbar vollkommenen Regellosigkeit — darin eine gewisse Gesetzmäßigkeit, daß man zu mehreren der auf der linken Seite des Bildes verlaufenden, vielfach verschlungenen Linienzüge, rechts auf dem Bilde einen nahezu gleichartig verlaufenden Zug finden kann, während sich zu den in der Mitte des Bildes verlaufenden, allerdings nur spärlichen Linienzügen weder links noch rechts ein solcher entsprechender Linienzug zeigt.

Zu erwähnen ist hierbei ferner noch, daß die hellsten Stellen dieses Liniengewirres sich auch in dem Wasser des Rheins, welches sich auf dem unteren Teil des Bildes von links nach rechts hin erstreckt, wiederspiegeln.

Herr Prochnow hält nun auf S. 98 seiner Textdarlegungen diese verwickelten Liniengebilde für „eine Reihe von Kugelblitzbahnen verschiedener Form und Länge mit seltsamen Windungen in wechselnder Stärke" und auf dem Bild selbst wird noch bemerkt, daß „die Ähnlichkeit einzelner Bahnstücke sich als Wirkung gleichsinniger Spannungsänderungen erklärt".

Hierzu ist nun zu bemerken, daß eine ähnliche, natürlich ebenfalls von einem Laien herstammende „Kugelblitzaufnahme" schon im Jahre 1902 beträchtliches Aufsehen erregte und auch in vielen illustrierten Zeitschriften als solche ver-

öffentlicht, jedoch bald darauf von den Herren Baltin und Zschokke als das Bild mehrerer brennender Straßenlaternen erkannt wurde, auf welche der Photograph seine geöffnete Kamera beim Manipulieren mit derselben unvorsichtigerweise gerichtet hatte, so daß jede dieser Laternen — entsprechend den natürlich ganz regellosen Hin- und Herbewegungen der Kamera — auf der Platte einen ebenso regellosen Linienzug aufzeichnete, wobei aber andererseits doch alle diejenigen Laternen, welche bei ein und derselben Hin- und Herbewegung der Kamera in ihrem Gesichtsfeld lagen, dann auch alle den gleichen Linienzug hervorbrachten, so daß also die Platte je nach der Anzahl der hierbei in Frage kommenden Laternen eine mehr oder weniger große Zahl solcher unter sich nahezu paralleler, aber sonst vollkommen regelloser Linienzüge zeigte (s. phot. Mitt. 1902, Nr. 21 und Prometheus, 1903, Nr. 691).

In der Zwischenzeit wurden ferner auch mir selbst noch zwei weitere solcher vermeintlicher Blitzaufnahmen zur Begutachtung unterbreitet, auf Grund der Ausführungen der genannten beiden Verfasser aber natürlich auf den ersten Blick als Straßenlaternenbilder erkannt, da auch diese Aufnahmen den soeben beschriebenen, so überaus charakteristischen Verlauf ihrer einzelnen Linienzüge zeigten.

Nach diesen Ausführungen dürfte es nun ohne weiteres klar sein, daß auch die oben beschriebenen komplizierten Linienzüge auf Tafel 160 des Prochnowschen Werkes von mehreren am jenseitigen Ufer des Rheins brennenden Lichtquellen — und zwar wahrscheinlich ebenfalls Straßenlaternen — herrührten, deren Lichter bei den regellosen Hin- und Herbewegungen der geöffneten Kamera entsprechend regellose Linienzüge auf die Platte zeichneten. Der hauptsächlichste Beweis für diese Auffassung liegt natürlich wieder darin, daß sich auch in dieser Aufnahme mehrere solche, an verschiedenen Stellen der Platte auftretende Linienzüge zeigen, die trotz ihrer sonstigen Regellosigkeit doch unter sich in allen Einzelheiten nahezu vollständig übereinstimmen. Eine genauere Besichtigung des Bildes zeigt ferner, daß es sich hier im wesentlichen um die Bilder zweier, am jenseitigen Rheinufer brennender und soweit voneinander entfernter Lichtquellen handelte, daß ihre beiden gleichzeitig auf der Platte entworfenen Bilder nahezu um die ganze Plattenbreite voneinander entfernt waren.

Aus letzterem Umstande erklärt es sich nämlich, daß die in der Mitte der Aufnahme sichtbaren Linienzüge dieser Art kein entsprechendes Gegenstück im Bilde haben; denn diese wurden offenbar bei einer Bewegung der Kamera erhalten, bei welcher das Licht der einen der genannten beiden Lichtquellen auf mittlere Teile der Platte, das der anderen dann aber über den Rand derselben hinausfiel.

Daß es sich endlich bei den fraglichen beiden Lichtquellen auch hier wahrscheinlich um Straßenlaternen handelte, folgt aus dem von Herrn Prochnow angegebenen Umstand, daß sich aus der Entfernung der kräftiger abgebildeten Stellen dieser Linienzüge von ihren Spiegelbildern im Flusse errechnen läßt, daß die Bahnen dieser „Kugelblitze" nur wenige Meter über dem Rhein verliefen; denn das entspricht ja der normalen Höhe einer Straßenlaterne.

Kann es also hiernach wohl keinem Zweifel mehr unterliegen, daß auch die vermeintlichen Kugelblitzbahnen auf Tafel 160 des Prochnowschen Werkes nichts anderes als die mit bewegter Kamera erhaltenen Bilder mehrerer Straßenlaternen darstellen, so erklären sich nun m. E. auch die beiden anderen auf den Tafeln 93 und 94 des Werkes wiedergegebenen, ebenfalls als von Kugelblitzen herrührend beschriebenen Erscheinungen trotz ihres etwas verschiedenen Aussehens doch in ähnlicher Weise. Während es sich nämlich bei Tafel 160 um Lichtquellen handelte, die in großer Entfernung vom Beobachter brannten, und deren auf der bewegten Platte entworfene Bildlinien dementsprechend auch nur eine geringe Breite hatten, deutet die zum Teil große Breite der ebenfalls regellosen Linienzüge der beiden Aufnahmen der Tafel 93 darauf hin, daß hier eine oder mehrere sehr nahe Lichtquellen in Frage kommen, so daß es sich also hier von unserem Standpunkte aus vermutlich um Lichtquellen handelt, die sich in dem Beobachtungszimmer selbst befanden, und an denen sich der Beobachter mit seiner geöffneten Kamera ahnungslos vorbeibewegte. Die verschiedene Breite der auf den beiden Bildern sichtbaren hellen Streifen würde sich hiernach einfach aus der mehr oder weniger großen Entfernung erklären, in welcher sich der Beobachter bei seinem Vorbeigehen an der Lichtquelle von dieser befand; und hiermit stimmt auch überein, daß die breiten Streifen, die bei sehr geringem Abstande von der Lichtquelle erhalten wurden, in der auf Unendlich eingestellten Kamera wesentlich unschärfere Ränder zeigen als die schmalen, die bei größerer Entfernung aufgezeichnet wurden.

Eine besondere Erörterung verlangt allerdings noch der große helle Kreis in der einen Aufnahme der Tafel 93, der auf Tafel 94 nochmals in viermaliger, etwas verschieden starker Durchleuchtung des Originals abgebildet worden ist.

Das Zustandekommen desselben läßt sich nun von meinem Standpunkte aus beispielsweise so erklären, daß die Kamera im zunächst dunklen Zimmer mit geöffnetem Objektiv auf einem

Tische stand und dabei zufällig auf eine mit Milchglaskuppel umgebene elektrische Lampe gerichtet war, die aber zunächst noch nicht brannte. Die Lampe wurde dann, vielleicht nur um den Apparat zu holen, eingeschaltet und nach einigen Sekunden wieder ausgedreht. Diese Zeit genügte, um das kreisförmige Bild zu entwerfen, welches die Aufnahme zeigt. Berücksichtigt man ferner, daß nach Herrn Prochnows Angaben die Brennweite des Objektivs 7,5 cm und der Durchmesser des hellen Kreises im Originalbilde 1,5 cm betrug, so würde, wenn man den Durchmesser unserer Lampenkuppel zu 20 cm annimmt, ihr Abstand von der Kamera in dem fraglichen Augenblick 1 m gewesen sein.

Gegen diesen Erklärungsversuch wird man vielleicht einwenden, daß bei so kurzem Objektabstande die Ränder des Kuppelbildes nicht so scharf hätten werden können, wie sie auf der Prochnowschen Tafel 93 erscheinen, sondern sogar noch unschärfer hätten werden müssen als die des breiten hellen Streifens der gleichen Aufnahme, da dessen Breite doch erheblich geringer ist als der Durchmesser des hellen Kreises und daher der Streifen bei größerem Abstande von der Lampe entstanden sein muß als der Kreis. Hiergegen ist jedoch zu erwidern, daß es zunächst nicht nötig ist, daß Kreis und Streifen von derselben Lichtquelle herrühren, und daß ferner der Kreis augenscheinlich viel stärker belichtet wurde als der Streifen, so daß daher auch der Halbschatten am Rande des ersteren stark überbelichtet war und daher in der fraglichen, bei schwacher Durchleuchtung des Originals erhaltenen Kopie nahezu vollständig verschwinden mußte. In den auf Tafel 94 befindlichen, bei stärkerer Durchleuchtung der Platte erhaltenen Bildern des Kreises sieht man denn auch tatsächlich, daß der Rand desselben einen breiten Halbschatten hat.

Eine andere Möglichkeit wäre übrigens auch noch die, daß die Lichtquelle in diesem Falle nicht eine Lampenkuppel, sondern eine kreis- oder ellipsenförmige Mattglasscheibe war, wie sie häufig in den zum Korridor führenden Türen der Wohnzimmer angebracht werden, um dem Korridor mehr Licht zuzuführen. In unserem Falle müßte dann auf letzterem eine bestimmte Zeit lang ein Licht eingeschaltet gewesen sein, während das Wohnzimmer, in welchem sich die geöffnete und zufällig auf die Glasscheibe gerichtete Kamera befand, dunkel war. Bei dieser Annahme könnten dann auch die im Innern des hellen Kreises der Aufnahme sichtbaren Linien, welche Herr Prochnow in einer besonderen Textzeichnung wiedergibt, durch entsprechende Linienzüge auf der Glasscheibe entstanden sein.

Gegen die Prochnowsche Auffassung, daß es sich bei dem fraglichen hellen Kreise um das Bild einer Blitzkugel handeln soll, spricht m. E. zunächst schon der Umstand, daß man dann wegen der Größe des Kreises entweder auf eine unwahrscheinlich große Nähe oder bei Annahme einer größeren Entfernung auf eine ganz unwahrscheinliche Größe des Durchmessers der Kugel selbst geführt wird. Ferner müßte man dann auch annehmen, daß die Blitzkugel vollkommen still im Raume gestanden oder sich genau gradlinig auf die Kamera zu bewegt hätte, während alle genaueren Berichte über derartige Kugeln darin übereinstimmen, daß sich diese fast stets in einer mehr oder weniger regellosen Bewegung befanden.

Zusammenfassung.

Bezüglich der Süringschen Blitzaufnahme wird dargelegt, daß die einzelnen Teilentladungen derselben trotz der geringeren Parallelität, welche sie gegenüber denen anderer, ähnlicher Blitzaufnahmen zeigen, doch — wie auch sonst stets — zeitlich nacheinander erfolgt sein müssen, daß ferner jene geringere Parallelität durch große Unregelmäßigkeiten in der Bewegung des Windes in diesem Falle hervorgerufen wurde, und daß gerade darin das besondere Interesse dieser Aufnahme besteht. In dieser Beziehung verdient zumal die am oberen Ende des in der Aufnahme sichtbaren Stückes der Blitzbahn sich zeigende Unregelmäßigkeit Beachtung (s. Fig. 1, Tafel IV), die als durch einen heftigen Wirbelwind hervorgerufen angesehen wird.

Im zweiten Teil der Abhandlung wird dargelegt, daß es sich bei den von Laien herrührenden photographischen Aufnahmen, welche auf den Tafeln 93, 94 und 160 des in der Einleitung erwähnten, im übrigen sehr verdienstvollen Werkes von O. Prochnow „Erdball und Weltall" wiedergegeben und im Texte als Kugelblitzaufnahme beschrieben sind, höchst wahrscheinlich um die Bilder gewöhnlicher Lichtquellen (Straßenlaternen, Zimmerlampen u. dgl.) handelt, auf welche der betr. Photograph seine geöffnete Kamera unvorsichtigerweise gerichtet hatte und dabei mehrere unregelmäßige Bewegungen mit ihr ausführte.

Hamburg, Physikalisches Institut der Universität, im März 1929.

(Eingegangen 7. März 1929.)

VORTRÄGE VON DER TAGUNG DES GAUVEREINS SACHSEN–THÜRINGEN–SCHLESIEN DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN LEIPZIG AM 19. UND 20. JANUAR 1929.

R. Sängewald u. A. Weißberger (Leipzig), Dipolmomente und Konstitution einiger Molekeln.

Im Verfolg eines nach chemischen Gesichtspunkten aufgestellten Versuchsplanes wurden die Dipolmomente zunächst des Cyklohexans, Dioxans, Piperazins, Benzils und 44'-Diäthoxybenzils bestimmt. Die Stoffe wurden in einem dipolfreien Lösungsmittel (Benzol) gelöst, und es wurden bei verschiedenen Konzentrationen von einigen Molprozenten bis etwa 1 Molprozent Dielektrizitätskonstante, Dichte und optischer Brechungsindex dieser Lösungen ermittelt. Die Messungen erfolgten bei einer konstanten Temperatur von 25° C. Nach dem Formelsystem der Debyeschen Dipoltheorie für binäre Flüssigkeitsgemische wurde sodann durch Extrapolation auf unendliche Verdünnung der von der Orientierung permanenter Dipole herrührende Anteil an der Gesamtpolarisation gefunden und daraus das Dipolmoment des gelösten Stoffes errechnet. Dipolmomente von $0{,}4 \times 10^{-18}$ sind bei dieser Methode von dem Dipolmoment 0 nicht mehr zu unterscheiden. Zur Messung der Dielektrizitätskonstanten wurden die Lösungen zum Dielektrikum eines vergoldeten Drehplattenkondensators gemacht, und es wurden dessen Kapazitätsänderungen durch einen parallel geschalteten Meßkondensator mit linearer Charakteristik kompensiert. Beide Kondensatoren bildeten die Kapazität eines elektrischen Schwingungskreises von Radiofrequenz, welcher zusammen mit einem zweiten gleichartigen Sender auf einen dritten Kreis einwirkt. In letzterem wurde auf das Verschwinden des in einem Lautsprecher hörbaren Schwebungstones durch Variieren des Meßkondensators eingestellt. Temperaturkonstanz wurde durch Einbau des Flüssigkeitskondensators in einen elektrisch geheizten Wasserthermostaten erreicht; alle Verschiebungen und Bewegungen von Apparatteilen während der Versuche wurden sorgfältig vermieden und auf eine absolute Fixierung gegen die geerdete Umgebung streng geachtet. Die Dichten wurden mit Pyknometer und mit genügender Genauigkeit auch mit einer Mohrschen Wage (System Kuhlmann) bestimmt, die Brechungsindizes mit einem heizbaren Abbeschen Refraktometer. Es ergaben sich als Dipolmomente für Cyklohexan $0{,}2 \times 10^{-18}$, für Dioxan $0{,}45 \times 10^{-18}$, für das leicht veränderliche Piperazin zunächst ein überraschend hoher Wert. Ferner für Benzil $3{,}2 \times 10^{-18}$, für 44'-Diäthoxybenzil $5{,}4 \times 10^{-18}$. Über den chemischen Versuchsplan der hiermit begonnenen Messungen und die aus ihnen zu ziehenden Schlüsse werden wir demnächst berichten. Es sei nur erwähnt, daß die Reinigung und die Fraktionierung des Dioxans unter Kontrolle seines Dipolmomentes und seiner anderen physikalischen Konstanten fortgesetzt wird, um festzustellen, ob dessen Molekül in einer cis- und einer trans-Konfiguration existiert. Von ihnen müßte die cis-Konfiguration ein elektrisches Moment haben, die trans-Konfiguration dagegen dipolfrei sein und damit ein vorzügliches Lösungsmittel für die Bestimmung elektrischer Momente von Substanzen darstellen, die sich bisher wegen ihrer geringen Löslichkeit in den üblichen Lösungsmitteln einer einwandfreien Dipolmessung entziehen.

F. Jentzsch (Jena), Optische Versuche mit Röntgenstrahlen.

Seitdem man weiß, daß auch für Röntgenstrahlen ein Brechungsindex existiert, liegt es nahe, nach Anordnungen zu suchen, die eine optische Abbildung mittels Röntgenstrahlen verwirklichen.

Da aber der Brechungsindex nur wenig von Eins abweicht, auch keine großen Differenzen für verschiedene Medien auftreten, muß man wohl auf Linsen für Röntgenstrahlen verzichten. Die einfache Ablenkung durch ein Prisma ist zwar bequem zu realisieren, aber schon eine Übertragung des Fresnelschen Biprismas auf Röntgenstrahlen ist mir bisher nicht gelungen.

Etwas anders steht es mit der Spiegelung. Da der Brechungsindex kleiner als Eins ist, gibt es meist einen Grenzwinkel der Totalreflexion, nach der elementaren Beziehung $\vartheta^2 = 2(1 - n)$, wobei ϑ der Winkel zwischen Strahl und Oberfläche und n der Brechungsindex sind. Die Zahlenwerte von ϑ sind allerdings gering und liegen, solange man nicht im Vakuum arbeitet, meist unter 30'. Trotzdem schien es mir nicht aussichtslos, Versuche in dieser Richtung zu unternehmen.

I. Spiegelformen.

Als erstes denkt man natürlich daran, einen gewöhnlichen Hohlspiegel zu verwenden, dem man einen möglichst großen Krümmungsradius geben wird, um bei den erforderlichen kleinen Einfallswinkeln eine Abschattung der Mitte durch den Rand zu vermeiden, und die Abbildung etwa der Antikathode oder eines Blendspaltes durch ihn zu untersuchen. Das gelingt indes nicht, weil bei dem nahezu streifenden Strahleneinfall ein ganz außerordentlich hoher Grad von Astigmatismus auftritt, der jede Abbildung verschleiert. Nach bekannten Formeln[1]) gilt für den sog. Äquatorial- oder Sagittalschnitt

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_s} = \frac{2 \sin \vartheta}{r} = \frac{1}{f_s} \qquad (1)$$

und für die dazu senkrechten Strahlen des Meridional- oder Tangentialschnittes

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b_t} = \frac{2}{r \cdot \sin \vartheta} = \frac{1}{f_t}, \qquad (2)$$

wobei a den Abstand des stigmatisch vorausgesetzten Objektes vom Spiegel, b_s und b_t die Abstände vom Spiegel bis zu den an Stelle eines Bildpunktes auftretenden beiden Bildlinien und endlich f_s und f_t die sagittale bzw. tangentiale Brennweite bedeuten (gilt nur in erster Näherung). Die astigmatische Differenz

$$\Delta = l_s - l_t = \frac{2 r \cdot \cos^2 \vartheta}{(2 \sin \vartheta - r/a) \cdot \left(2 - \frac{r \sin \vartheta}{a}\right)} \qquad (3)$$

verschwindet nur für die trivialen, hier nicht brauchbaren Fälle $\vartheta = 90^0$ d. h. senkrechten Einfall oder $r = \infty$, d. h. ebener Spiegel.

Für unendlich weit entferntes Objekt wird der Abstand der beiden Brennlinien voneinander

$$\Delta = \frac{r}{2} \cdot \operatorname{cotg} \vartheta \cdot \cos \vartheta,$$

also für streifenden Einfall unendlich groß[2]). Für $\vartheta = 30'$ ergibt sich bereits $\Delta = 57{,}3\ r$, d. h. unerträglich viel, von der Ordnung einiger hundert Meter. Für endlichen Objektabstand kann man Gl. (3) mit Benutzung von (1) und (2) umformen in

$$\Delta = \frac{a^2 f_s \cdot \cos^2 \vartheta}{(a - f_s)(a - f_t)}.$$

1) Z. B. A. Gleichen, Lehrbuch der geometrischen Optik, Teubner 1902, S. 46—47 oder Czapski-Eppenstein, Theorie der optischen Instrumente, 3. Aufl., Leipzig, Barth, 1925, S. 136.

2) Als Kuriosum sei erwähnt, daß bei immer größer werdendem Einfallswinkel ($i = 90^0 - \vartheta$) der Astigmatismus bei der Spiegelung an einer Kugelfläche so groß wird, daß man an einer freien Flüssigkeitsoberfläche noch den durch die Krümmung der Erde bewirkten Astigmatismus beobachten kann.

Beansprucht man ein reelles vergrößertes Bild, so muß augenscheinlich $a > f_s$ sein, da immer $f_s > f_t$ ist. Es wird also der Nenner stets positiv und $\Delta > f_s$, also jedenfalls auch einen sehr großen Wert annehmen.

Man sieht, daß ein sphärischer Hohlspiegel für eine Abbildung mittels Röntgenstrahlen nicht in Frage kommt.

Eine Beseitigung des Astigmatismus ist aber möglich, wenn man statt eines Kugelspiegels eine Fläche mit doppelter Krümmung verwendet. Aus technischen Gründen wird man zuerst an eine torische Fläche denken, wie sie durch Rotation eines Kreisbogens um eine nicht durch seinen Krümmungsmittelpunkt gehende Achse entsteht. Bezeichnen wir mit r_s und r_t die beiden Hauptkrümmungen dieses anastigmatischen Bildspiegels, so sieht man aus Gl. 1 und 2, daß $\frac{r_s}{r_t} = \sin^2 \vartheta$ wird. Für $\vartheta = 30'$ wird $r_s = 0{,}76 \cdot 10^{-4} r_t$. Sei also der eine Krümmungsradius $r_s = 1$ m/m, so wird der andere $r_t = 13{,}1$ m. Danach liegt es nahe, diesen Krümmungsradius $r_t = \infty$ zu machen, also einen zylindrischen Spiegel zu verwenden, zumal sich dieser leicht durch die innere Wandung eines gewöhnlichen graden Glasrohres realisieren läßt. Der allgemeine Ausdruck für den Astigmatismus an einem torischen Spiegel

$$\Delta = \frac{2 a^2 (r_s - r_t \sin^2 \vartheta)}{(2 a \sin \vartheta - r_s) \cdot (2 a - r_t \sin \vartheta)}$$

geht für einen zylindrischen Spiegel über in:

$$\Delta = \frac{2 a^2 \sin \vartheta}{2 a \sin \vartheta - r} = \frac{a^2}{a - f} = f \frac{(v+1)^2}{v},$$

so daß für das Glasrohr der Astigmatismus nicht ganz verschwindet. Dabei bedeutet v die Vergrößerung.

Legt man das Objekt, etwa eine Spaltöffnung, dicht auf die Mündung des Rohres zentriert auf, so ist augenscheinlich der Objektabstand $a = \frac{r}{\sin \vartheta} = 2f$. Wir haben also eine „Abbildung" im natürlichen Maßstabe. Es wird dann $\Delta = 4f$ eine Größe, die bei der Kleinheit der Winkel immer noch recht beträchtlich ist. Bringt man aber das Objekt dezentriert an, so läßt sich zwar die Vergrößerung beliebig steigern, gleichzeitig wächst aber der Astigmatismus noch viel schneller. Ein solches Spiegelrohr ist demnach für Vergrößerungszwecke nicht zu gebrauchen.

Derartige Versuche sind in der Tat mit einer Glasröhre von etwa 2,7 m/m lichter Öffnung, die allerdings erst durch besondere Spannfutter genau gerade gebogen werden mußte, ausgeführt worden. Eine scharfe Abbildung konnte

man natürlich nicht erwarten; es ergab sich aber doch am anderen Ende des Rohres sehr deutlich eine Vervielfachung der Intensität (ionometrisch gemessen) gegenüber derjenigen, die an jener Stelle ohne das Glasrohr zu messen war.

Man ist auf diese Weise imstande, die Röntgenstrahlen meterweit fortzuleiten, so lange, bis die Absorption der Luft eine Grenze setzt. Der ganze Versuch erinnert an das bekannte Vorlesungsexperiment mit dem leuchtenden Wasserstrahl. Nur muß hier, weil der Brechungsindex kleiner als Eins ist, die Verteilung der Materie umgekehrt sein wie dort. Wir haben hier also gewissermaßen einen leuchtenden Luftstrahl vor uns.

Um eine möglichst anastigmatische Abbildung zu erzielen, ging ich nun dazu über, zwei Spiegel zu kombinieren, nämlich einen konvexen und einen konkaven. Man kann dann nach bekannten Vorbildern die astigmatischen Fehler, die bei beiden Spiegeln entgegengesetztes Vorzeichen haben, gegeneinander kompensieren. Es liegt nahe, es zunächst einmal mit dem System aus zwei Kugelspiegeln zu versuchen, wie es zuerst von Ignatowsky 1906 angegeben worden ist und das seitdem zum Vorbild sämtlicher Spiegelkondensoren der Mikroskopie geworden ist. Insbesondere könnte man denken, den Spezialfall zweier konzentrischer Kugelspiegel[1]) zu verwenden, den ich bereits 1910 behandelte[2]). Im sichtbaren Strahlengebiet gelingt es leicht, derartige Spiegelsysteme als Mikroskopobjektive zu verwenden.

Will man aber ein solches Kugelspiegelsystem für Röntgenstrahlen passend machen, ist natürlich zu beachten, daß der Reflexionswinkel an beiden Spiegeln kleiner als der Grenzwinkel der Totalreflexion bleiben muß. Das ist zwar beim Konvexspiegel leicht zu erreichen, führt aber, wenn dasselbe auch beim Konkavspiegel der Fall sein soll, zu sehr kleinen Aperturwinkeln, die höchstens so groß wie der Grenzwinkel werden können.

Verlangt man größere Aperturwinkel, so muß man das Prinzip der zwei sich in ihren Fehlern kompensierenden Kugelspiegel verlassen. Man kann sich für diese Aufgabe z. B. an die bekannte Eigenschaft der logarithmischen Spirale erinnern, die wohl auch als Definition dieser Kurve dient, wonach die Verbindungslinie eines Kurvenpunktes mit dem Pol stets den gleichen Winkel mit der Tangente bildet. Ich habe schon 1918 Spiegel, die nach Art einer logarithmischen Spirale gebogen sind, als Polarisationsspiegel empfohlen[1]), auch damals bereits die Differentialgleichung für das räumliche Problem aufgestellt. Es konnte gezeigt werden, daß die Rotationsfläche der logarithmischen Spirale die einzige Rotationsfläche ist, die zugleich die Bedingung eines konstanten Reflexionswinkels erfüllt. Für die vorliegende Aufgabe könnte man also mit Benutzung zweier logarithmischer Spiralen, von denen die eine als konkaver, die andere als konvexer Spiegel benutzt wird, sehr große Aperturwinkel erreichen, und doch für sämtliche Strahlen die Reflexion unter dem Grenzwinkel der Totalreflexion erfolgen lassen. Es ist aber gar nicht nötig, daß alle Reflexionswinkel gleich groß sind, es wird nur verlangt, daß sie sämtlich kleiner als der Grenzwinkel bleiben. Infolgedessen braucht man das Spiegelobjektiv für Röntgenstrahlen nicht aus reinen Rotationsspiralen zusammenzusetzen, sondern gelangt zu etwas anderen für die technische Herstellung geeigneteren Flächen.

Näheres darüber möchte ich zur Zeit nicht ausführen, da inzwischen die weitere Frage aufgetaucht ist, aus welchem Material man die Spiegel herstellen soll.

II. Spiegelmaterial.

Wie wir sahen, ist bei dem anastigmatischen bisphärischen Spiegelsystem der Aperturwinkel etwa gleich dem Grenzwinkel der Totalreflexion, so daß man in diesem Fall schon des Auflösungsvermögens wegen bemüht sein wird, den Winkel ϑ zu vergrößern. Auch bei allen anderen Konstruktionen wäre es erwünscht, mit größerem Winkel zu arbeiten, da wegen der Kleinheit der Reflexionswinkel immer wieder neue technische Schwierigkeiten auftreten. Aus der Drude-Lorentzschen Dispersionstheorie folgt nun, daß der Brechungsindex im Röntgengebiet um so mehr von Eins abweicht, je niedriger die Frequenz, je größer die Wellenlänge ist, — wenn man vom Überschreiten einer Resonanzstelle vorläufig absieht und auf der kurzwelligen Seite der Hauptabsorption bleibt. Da bekanntlich der Grenzwinkel der Totalreflexion proportional zur Wurzel aus $(1 - n)$ ist, wird man deshalb möglichst lange Wellen wählen. Das widerspricht aber dem eben-

1) Diese Konstruktion würde sich deshalb besonders empfehlen, weil sie wegen der Eigentümlichkeit zweier konzentrischer Spiegelkreise eine streng isoplanatische Abbildung liefert. (Übrigens das einzige bisher bekannt gewordene Beispiel von Verwirklichung dieser Abbildungsart.)

2) Jentzsch, Über Dunkelfeldbeleuchtung, Physik. Zeitschr. **11**, 993—1000, 1910. Die analytische Behandlung zweier bizentrischer Kugelspiegel ist von Siedentopf gegeben worden. Ann. d. Phys. **39**, 1175—1184, 1912 und Kolloid-chemische Beihefte **23**, 218—242, 1927.

1) Jentzsch, Der Polarisationsspiegel und die allgemeine Polarisationsfläche, Verh. d. Dt. Phys. Ges. **20**, 103—109, 1918.

falls vorhandenen Wunsch, ein hohes Auflösungsvermögen zu erreichen, denn dieses fordert kleine Wellenlänge.

Es fragt sich daher zunächst, ob nicht etwa der Vorteil an Auflösungsvermögen, den man bei Benutzung der gegenüber dem sichtbaren Licht 2—3000 kleineren Röntgenwellen erhoffen könnte, mehr als aufgehoben wird durch die Verkleinerung der Apertur, wie sie durch den Grenzwinkel der Totalreflexion erzwungen wird. Glücklicherweise ist das nicht der Fall, sondern es bleibt trotzdem noch eine Vergrößerung des Auflösungsvermögens etwa um einen Faktor 5 bis 10 übrig, wie man aus folgender Tabelle ersieht, in der $\varepsilon = \frac{\lambda}{\vartheta_0}$ als Maß für das Auflösungsvermögen angegeben ist. Die Werte von ϑ_0 sind den Messungen von R. Forster[1]) entnommen.

Tabelle I.

	λ	Spiegelglas		Kupfer		Silber	
		ϑ_0	ε	ϑ_0	ε	ϑ_0	ε
MoK_α	0,708 A. E.	4'18"	506 A. E.	10'8"	240 A. E.	11'31"	211 A. E.
IrL	1,348	—	—	21'19"	217,5	—	—
CuK_α	1,537	11'31"	458	22'31"	234,5	25'6"	210,5
FeK_α	1,932	14'57"	444	30'4"	221	31'27"	211
CrK_α	2,285	17'53"	438	36'47"	214	37'28"	209

Das Minimum im Auflösungsvermögen bei Benutzung eines Kupferspiegels wird durch den Sprung des Brechungsindex verursacht, der beim Überschreiten der Absorptionskante bei $\lambda = 1{,}3785$ A. E. auftritt. Auch bei Silber deutet sich etwas ähnliches an.

Wie man sieht, ändert sich das Auflösungsvermögen bei demselben Körper über einen beträchtlichen Spektralbereich hinweg nur wenig, obgleich ein kleiner Gewinn beim Übergang zu längeren Wellen immerhin deutlich zu erkennen ist. Im ganzen aber läßt sich zeigen, daß eine Benutzung noch längerer Wellen, indem man etwa die ganze Anordnung ins Vakuum verlegt, für das Auflösungsvermögen keinen Vorteil bringt, andererseits aber die Benutzung wesentlich größerer Winkel gestatten würde. Was vorzuziehen ist, „große Winkel im Vakuum" oder „kleine Winkel in Luft", ist schwer zu entscheiden.

Man hat nämlich aus der Dispersionstheorie (wieder unter denselben Einschränkungen wie oben)

$$1 - n = \sim \frac{s}{A} \cdot Z \cdot \lambda^2$$

wo s das spezifische Gewicht, A das Atomgewicht und Z die Atomnummer bedeuten. Der Grenzwinkel ist also

$$\vartheta = \sim \lambda \sqrt{\frac{s \cdot Z}{A}}$$

und das Auflösungsvermögen

$$\frac{1}{\varepsilon} = \sim \sqrt{\frac{s}{A}} \cdot \sqrt{Z} = \sqrt{\frac{Z}{V}}$$

also unabhängig von der Wellenlänge. V bedeutet hierbei das Atomvolumen. Man wird also daran denken, ein Spiegelmaterial zu verwenden, das bei hoher Atomnummer ein kleines Atomvolumen hat. Aus der bekannten Kurve[1]) des Periodischen Systems entnimmt man für die Minima des Atomvolumens folgende Relativzahlen für obige der kleinsten auflösbaren Objektgröße proportionale Größe

Periode	II	III	IV	V	VI
ε	0,90	0,88	0,65	0,43	0,32

Die entsprechende Zahl für das verwendete Spiegelglas wäre etwa 1,00. Man käme demnach mit einem geeigneten Schwermetall etwa 2—3mal so weit wie mit Glas. Wie wir jedoch sehen werden ist diese Überschlagsrechnung aus verschiedenen Gründen nicht ganz zulässig.

Um weiter zu kommen, habe ich zunächst versucht, ob man nicht ein wenig über den Grenzwinkel hinausgehen kann. Denn unter Umständen könnte der Nachteil, den man durch die dann eintretende Verringerung des Reflexionskoeffizienten in Kauf nehmen muß, mehr als ausgeglichen werden durch die damit verbundene Aperturerhöhung. Die rechnerische Behandlung zeigt, daß der Intensitätsabfall an der Grenze der Totalreflexion für alle Substanzen dann der gleiche ist, wenn man die Winkel nicht ihrer absoluten Größe nach mißt, sondern sie sämtlich auf den Grenzwinkel als Einheit bezieht $q = \frac{\vartheta}{\vartheta_0}$. Es folgt dann nämlich aus den Fresnelschen Formeln für den Reflexionskoeffizienten bei

1) R. Forster, Helv. Phys. Acta **1**, S. 18—46. 1927.

1) Z. B. Handb. d. Phys. von Geiger und Scheel, **22**, 523 (Artikel Paneth).

kleinen Winkeln

$$R = \left[q - \sqrt{q^2 - 1}\right]^4$$

wie schon Linnik und Laschkarew[1]) angegeben haben. Läßt man also, statt Totalreflexion zu verlangen, ein $R < 1$ zu, so wächst ϑ stets um den gleichen Prozentsatz des Grenzwinkels. Ist dieser selbst bereits groß, so kann man also, in Winkelmaß ausgedrückt, weiter über ihn hinausgehen, als bei einem kleinen Grenzwinkel.

Als wir nun den Vorgang der Totalreflexion näher untersuchten, zeigte es sich, daß streng genommen eine Totalreflexion überhaupt nicht existiert[2]). Man darf gar nicht die gewöhnlichen Fresnelschen Formeln, die ja nur für durchsichtige Medien gelten, verwenden, sondern muß zu den Formeln der Metalloptik übergehen, d. h. es ist der Brechungsindex für Röntgenstrahlen komplex anzusetzen. Für kleine Winkel ergibt dann eine verhältnismäßig einfache Rechnung

$$R = \frac{1 - aq + a^2/2}{1 + aq + a^2/2}$$

wobei bedeuten:

$$\frac{a^2}{2} = \vartheta^2 - 1 + \sqrt{(\vartheta^2 - 1)^2 + k^2} \qquad k = \frac{\varkappa}{2(1 - n)}$$

$\varkappa$ ist der wellenoptische Absorptionsindex.

Wir[3]) haben inzwischen diese Formeln experimentell bestätigt. Man sieht daraus, daß in Wirklichkeit bei absorbierenden Substanzen der Intensitätsabfall durchaus nicht stets in der gleichen Weise vor sich geht, sondern von dem Verhältnis des reellen Brechungsexponenten zum Absorptionskoeffizienten abhängt. Dies Verhältnis aber variiert bei den bisher untersuchten Substanzen um mindestens wie 1 : 10. Bisher ist schon eine große Zahl von Substanzen untersucht worden und wir hoffen bald die für die jeweiligen Zwecke geeignetste angeben zu können. Denn selbstverständlich ist wegen der Dispersion noch ein besonderer Zusammenhang zwischen der jeweilig verwendeten Wellenlänge und dem Spiegelmaterial gegeben, so daß sich z. B. bei einem schweren Bleiglas eine ganz bestimmte Wellenlänge als um ein vielfaches günstiger als eine benachbarte erweist.

1) Linnik und Laschkarew, Bestimmung des Brechungsindex der Röntgenstrahlen aus der Erscheinung der Totalreflexion, Zeitschr. f. Phys. **38**, 659—671, 1926.

2) Ehrenberg und Jentzsch, Über Auslösung von Photoelektronen aus Metallspiegeln durch Röntgenstrahlen an der Grenze der Totalreflexion, Zeitschr. f. Phys. **54**, 227—235, 1929.

3) Jentzsch und Nähring.

III. Oberflächenzustand der Spiegel.

Man könnte noch die Frage aufwerfen, ob es überhaupt angängig ist, mit diesen Methoden der klassischen Physik die Fragen der Röntgenreflexion zu behandeln und ob es technisch möglich ist, brauchbare Spiegel für Röntgenstrahlen herzustellen.

Man kann aber tatsächlich zeigen, daß bei den fast streifenden Einfallswinkeln, wie sie hier in Frage kommen, die Ansprüche an die Spiegelgüte für Röntgenstrahlen nicht wesentlich höher sind als im optischen Gebiet bei senkrechtem Einfall. Wie ich nämlich bereits vor vielen Jahren (1912)[1]) ausgeführt habe, wird auch eine rauhe Oberfläche bei hinreichend streifendem Einfall zu einem guten Spiegel (z. B. im sichtbaren Spektrum jede hinreichend „streifend" betrachtete Postkarte). Zwischen der „Rauhigkeit", d. h. dem normal zur „Oberfläche" gemessenen Abstand h der höchsten und tiefsten Stellen der Spiegelfläche voneinander und der maximal auftretenden Wegdifferenz Δ zweier reflektierter Strahlen ergibt sich die Beziehung

$$\Delta = 2h \cdot \sin \vartheta.$$

Setzt man die „Rauhigkeit" h gleich dem Abstand zweier Netzebenen in einem Kristall und die Wegdifferenz $= n\lambda$, so ist dies natürlich nichts anderes als die heute sog. Braggsche Beziehung (1913). In der Tat kann man die Rauhigkeit einer Kristalloberfläche dahin beschreiben, daß die äußerste Netzebene nur bruchstückweise vorhanden ist und dazwischen die sonst zweite (bzw. dritte, vierte usw.) Netzebene als oberste hervortritt. Dann ist die Rauhigkeit einfach gleich der Gitterkonstante oder einem vielfachen derselben. Zum Zustandekommen einer scharfen Abbildung über den Spiegel hinweg muß $\Delta \leq \frac{1}{4}\lambda$ sein, so daß sich als „Grenzwinkel" der regulären Reflexion[2]) ergibt

$$\sin \vartheta = \frac{\lambda}{8h}$$

Bei seinen Arbeiten im äußersten Ultraviolett hat Millikan Reflexionsgitter mit nahezu senkrechtem Strahleneinfall bis zu $\lambda = 144$ A.E. verwenden können. Daraus erhält man für die Rauhigkeit eines solchen Spiegels

$$h \leq \frac{\lambda}{8} \quad \text{also} \quad h \leq 18\,\text{A.E.}$$

1) F. Jentzsch, Studien über Emission und diffuse Reflexion, Ann. d. Phys. **39**, besonders S. 1040 bis 1041, 1912.

2) Auf die Messung dieses Winkels habe ich übrigens eine Methode zur Prüfung des optischen Zustandes einer Oberfläche gegründet, Zeitschr. f. techn. Phys. **7**, 310—312, 1926.

Mit den langwelligsten Röntgenstrahlen, die für Arbeiten in der Luft noch in Betracht kommen, (CrK_α, $\lambda = 2{,}28$ A.E.), findet man damit als Grenzwinkel der regulären Reflexion $\vartheta > \frac{\lambda}{8\hbar}$, d. h. größer als etwa 50′.

Wenn es sich nicht um allergrößte Schärfe, sondern nur um das Zustandekommen von Reflexionsbildern überhaupt handelt, kann man allgemein und besonders unbedenklich[1]), wenn das Strahlenbündel nicht kreisförmig, sondern rechteckig begrenzt ist $\Delta \geqq \frac{1}{2}\lambda$ setzen. Dann findet man für Röntgenstrahlen als Grenzwinkel $\sin\vartheta > \frac{\lambda}{8\hbar}$, d. h. $\vartheta > 1^0\,49'$.

Es ergeben sich mithin Werte, die durchaus im Bereich der in Betracht kommenden Winkel liegen, mit anderen Worten, ein Spiegel, der bei senkrechtem Einfall für Ultraviolett anfängt, schlecht zu werden, reicht auch für Röntgenstrahlen bei Einfallswinkeln bis etwa 2^0 ohne weiteres aus. Damit ist aber keineswegs die Grenze der technischen Leistungsfähigkeit erreicht, vielmehr ist jetzt schon bekannt, daß es möglich ist, Spiegel so gut zu polieren, daß sie noch für erheblich kürzere Wellenlängen gut brauchbar sind.

Die vorstehenden Zeilen enthalten außer bekannten Dingen die Ankündigung mehrerer bevorstehender Veröffentlichungen. Es war mit ein Zweck meines Vortrags, darauf hinzuweisen, daß alle diese Arbeiten unter einem einheitlichen Gesichtspunkt angestellt sind, nämlich zu dem Endzweck, ein brauchbares Röntgenmikroskop zu konstruieren.

1) Vgl. Handb. d. Phys. v. Geiger und Scheel **18**, 281.

R. Peierls (Leipzig). Zur Theorie des Hall-Effekts[1]).

Die Erscheinung des Halleffekts ist weitgehend analog zu der Ablenkung von Kathodenstrahlen im Magnetfeld; nur zeigt sie in einigen Metallen ein anderes Vorzeichen als man erwarten würde. Die Erklärung dieses Paradoxons war unmöglich, solange man sich die Elektronen als frei im Metall beweglich vorstellte, denn dann war die Analogie zu den Kathodenstrahlen wörtlich richtig. Dagegen ergibt sich nach der Blochschen Auffassung der Leitfähigkeit[2]) die Erklärung fast von selbst. Nach dieser Theorie kommt die Leitfähigkeit dadurch zustande, daß die Elektronen von Atom zu Atom springen, wobei in bekannter Weise ihre Energie kleiner sein kann als das Maximum der „Potentialschwelle" zwischen den Atomen. Zu diesem Vorgang gibt es kein klassisches Analogon, insbesondere ist er gar nicht mehr ähnlich der kräftefreien Bewegung und es ist nicht verwunderlich, daß wir hier eine ganz andere Beziehung zwischen Impuls und kinetischer Energie finden als $p = mv$ und $E = \frac{m}{2}v^2$. Vielmehr sind die möglichen Bewegungszustände beschrieben durch

$$p = \text{const.} \sin\xi$$

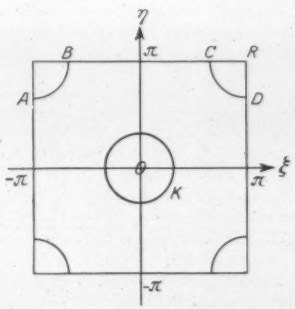
und

$$E = E_0 - \text{const.} \cos\xi,$$

wo

$$-\pi \leqq \xi \leqq \pi.$$

Für $\xi \approx 0$ sind diese Größen proportional ξ bzw. ξ^2 und die Erscheinungen analog den klassischen. Dagegen bleiben zwar die Änderungsgleichungen für ξ dieselben wie die für die Geschwindigkeit freier Elektronen, wenn man elektrische oder magnetische Felder anlegt, wie man sofort aus einer Energiebetrachtung sieht. Aber da $\frac{dp}{d\xi}$ negativ werden kann, kann dies eine Änderung des Impulses (und damit des Stroms) im verkehrten Sinn zur Folge haben. Was hieraus für den Halleffekt folgt, sieht man am besten an Hand der Figur. ξ und η sind die oben eingeführten „Quantenzahlen" für die x- und y-Richtung.



Nach der Fermischen Statistik sind alle Plätze mit $E < E_1$, also $\cos\xi + \cos\eta > c$ einfach besetzt. Das ist, falls wenig Elektronen vorhanden sind, der Kreis K, falls fast alle Plätze besetzt sind, die Kurve $ABCD$usw. Durch ein elektrisches Feld F in der x-Richtung wird die ganze Verteilung nach rechts verschoben. (Man muß sich die Figur periodisch fortgesetzt denken.) Ein

1) R. Peierls, Zeitschr. f. Phys. **53**, 255, 1928.
2) F. Bloch, Zeitschr. f. Phys. **52**, 555, 1929.

Magnetfeld H senkrecht zur Zeichenebene dreht sie im ersten Fall um O, im zweiten Fall um R, wie man aus

$$\dot{\xi} = k_1 F + k_2 \sin \eta \cdot H,$$
$$\dot{\eta} = \quad - k_2 \sin \xi \cdot H$$

sieht. Berücksichtigt man noch, daß die Ströme proportional sin ξ und sin η sind, so überlegt man leicht, daß die Summe der von allen Elektronen herrührenden Ströme in der x-Richtung in beiden Fällen dieselbe ist, dagegen der Hallstrom in der y-Richtung im zweiten Fall entgegengesetztes Vorzeichen hat.

W. Hensel (Leipzig), Über die Konstanz elektrisch erregter mechanischer Schwingungen und ihre Anwendung[1]).

Auf dem Gebiete der elektrischen Meßtechnik und der Nachrichtenübertragung spielen Frequenznormalen sowohl für Hoch- als auch für Niederfrequenz von jeher eine bedeutende Rolle. In den letzten Jahren haben sich mit der fortschreitenden Entwicklung auf allen Gebieten auch die Anforderungen, die man an die Frequenzkonstanz dieser Generatoren stellt, so stark erhöht, daß man zu besonderen Hilfsmitteln greifen mußte, um allen Ansprüchen zu genügen (mechanische Tourenregulierung, piezoelektrische Quarzoszillatoren als Steuersender usw.). Aber für viele Zwecke genügen auch diese Einrichtungen noch nicht, z. B. wird heute bei dem Bildübertragungssystem Telefunken-Karolus verlangt, daß sich die Generatoren für die örtliche Synchronisierung der Bildtrommeln auf der Sende- wie Empfangsseite auch im Dauerbetrieb in der Frequenz um weniger als 1×10^{-3} unterscheiden, eine größere Abweichung würde schon eine Verzerrung des übertragenen Bildes bedingen. Man hat auch hier wieder zu mechanischen Schwin-

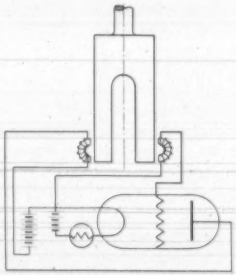


Fig. 1. Prinzipschema einer Röhrenstimmgabel.

gungen zurückgreifen müssen, mit elektrischen Röhrengeneratoren lassen sich solche Genauigkeiten auch bei Tonfrequenzen nicht erzielen.

Für langsame Schwingungen benutzen wir heute zur Zeitmessung allgemein das Pendel oder die Feder (Unruhe im Chronometer), bei sorgfältigster Ausführung geben uns Pendel die Zeit bis auf einen Fehler (Gangschwankung) an, der nicht größer als 1×10^{-7} zu sein braucht. In den letzten Jahren hat man mit viel Erfolg die Stimmgabel als Frequenznormale für das Gebiet der Mittelfrequenz verwendet. Zur dauernden Aufrechterhaltung der Stimmgabelschwingung hat man früher einen elektromagnetischen Antrieb mit Kontaktsteuerung benutzt, doch scheidet dieser bei großen Ansprüchen an die

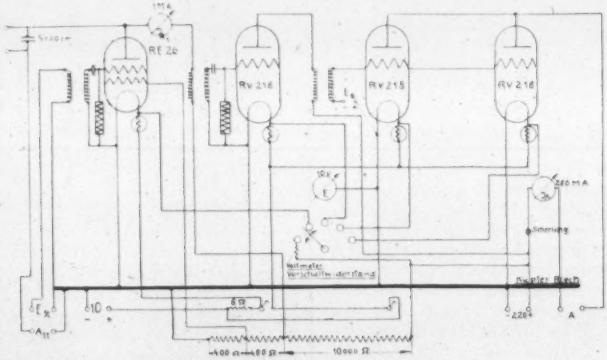


Fig. 2. Schaltbild eines Röhrenstimmgabelverstärkers für eine abgebbare Wechselstromleistung von rund 10 Watt.

1) Zum Teil kurzer Auszug aus der Dissertation des Verfassers: Untersuchungen über die Konstanz elektrisch erregter mechanischer Schwingungen, Leipzig (Oktober 1927).

Konstanz aus. Erst die Anwendung der Elektronenröhre zur Steuerung des elektromagnetischen Antriebes brachte einen wesentlichen Fortschritt, fällt doch bei einer solchen Röhrenstimmgabel jede direkte mechanische Beeinflussung der schwingenden Stimmgabelzinken durch Kontakte weg[1]). Fig. 1 zeigt im Prinzip die Schaltung einer solchen Röhrenstimmgabel. Seitlich an jedem Stimmgabelzinken ist in geringem Abstande ein Magnetsystem (z. B. Telephonmagnet-

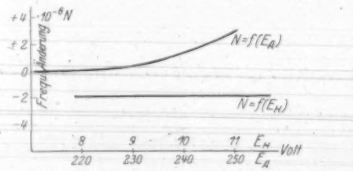


Fig. 3. Frequenzabhängigkeit des Verstärkers Fig. 2 von den Betriebsspannungen.

system) befestigt, die Wicklung des einen Systems liegt im Gitterkreis, die des anderen im Anodenkreis der Elektronenröhre; bei richtiger Phase des Rückkopplungssystems beginnt die Stimmgabel zu schwingen und schaukelt sich auf eine endliche, der zugeführten Leistung und den Verlusten entsprechende Amplitude auf. Die Frequenz ist nun leider nicht allein durch die Tonhöhe der verwendeten Stimmgabel bestimmt, sondern sie kann sich in einem Bereich von $3-4 \times 10^{-4}$ durch Ändern der Amplitude, der Phase der Rückkopplung, der Heiz- und Anodenspannung als auch der Gittervorspannung des Antriebsrohres bewegen. In der schon eingangs erwähnten Arbeit hat der Verfasser gezeigt, daß sich durch geeignete Wahl der Schaltelemente und der Betriebsspannungen des Verstärkers diese Einflüsse soweit herabsetzen lassen, daß eine Schwankung der Heiz- und Anodenspannung in einem gewissen zulässigen Bereich ($\pm$ 10 Proz.) keine größere Änderung der Frequenz als 1×10^{-6} nach sich zieht. Fig. 2 zeigt das Schaltbild dieses Verstärkers, Fig. 3 die Abhängigkeit der Frequenz einer mit diesem Verstärker betriebenen Stimmgabel von der angelegten Betriebsspannung. Die Frequenz der Stimmgabel läßt sich dann noch, wenn nötig, durch Änderung der Größe und Phase des Antriebsimpulses in einem Bereich von ca. 1×10^{-4} ändern, was sehr erwünscht ist, wenn man zwei Röhrenstimmgabeln auf Frequenzgleichheit abstimmen will. Jede größere Frequenzänderung muß mechanisch (Verlängern oder Kürzen der Zinken z. B.) vorgenommen werden. Auf diese Weise lassen sich zwei Stimmgabeln so gleich stimmen, daß man in einem an beide Generatoren angekoppelten Kreise leicht Schwebungen von 30 min Dauer und noch länger erhalten kann. Bei einer Frequenz von 2000 Hertz und einer Schwebungsdauer von 30 Minuten liegen dann beide Stimmgabeln nur um etwa 3×10^{-7} auseinander.

Die Schwebungsmethode (Fig. 4) ist das einfachste und schnellste Verfahren, um Frequenzänderungen festzustellen, die bei irgendeiner Änderung der Schaltelemente usw. entstehen; es setzt natürlich einen zweiten Generator von nahezu derselben Frequenz voraus, der während der Meßdauer konstant gehalten wird. Man kann die Genauigkeit einer solchen Messung noch wesentlich erhöhen, wenn man nicht die Grundfrequenzen selber, sondern Oberschwingungen miteinander schweben läßt, bei der $n$ten Oberschwingung hat man die $n$fache Genauigkeit, oder man benötigt bei gleicher Genauigkeit nur $1/n$ der Zeit für eine Messung. Für eine absolute Bestimmung der Stimmgabelfrequenz auf 1×10^{-5} und genauer muß man eine andere Methode benutzen. Man verwendet dazu zweckmäßig einen Wechselstromsynchronmotor, der mit

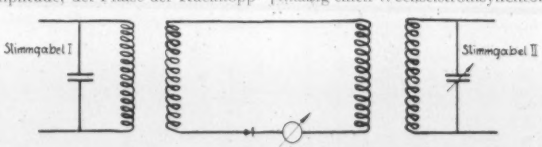


Fig. 4. Prinzipschema der Schwebungsmethode.

der von dem Stimmgabelverstärker abgegebenen Leistung (etwa 10—20 Watt) synchronisiert wird. Fig. 5[1]) zeigt das vom Verfasser benutzte Aggregat, das aus einem Gleichstrommotor besteht, der mit einem Mittelfrequenzgenerator (Gleichpoltype Bauart Alexanderson) gekuppelt ist. Der Synchronismus kann durch stroboskopische Beleuchtung einer auf der Achse sitzenden Lochscheibe, deren Lochzahl mit der Polzahl des Wechselstromgenerators übereinstimmt, mit einer von dem Stimmgabelverstärker gespeisten Glimmlampe kontrolliert werden. Bei synchronem Lauf der Maschine kann die mittlere Energieaufnahme des Gleichstrommotors von 100 Watt um 25 Proz. nach oben und unten geändert werden, ohne daß

1) W. H. Eccles, Sustaining the vibration of a tuning-fork by a triode valve. Proc. Phys. Soc. **31**, 1919, 269.

1) Die Figuren 5, 9b und 11 auf Tafel VI.

der Synchronmotor aus dem Tritt fällt. Mit der Achse dieses Aggregates ist ein Umdrehungszählwerk verbunden, dessen Zählerstand für Meßzwecke mit der Zeitangabe eines guten Chronometers verglichen oder am besten kinematographisch festgehalten wird. Der mittlere Fehler einer solchen Frequenzbestimmung beträgt bei einer Meßdauer von einer Stunde etwa 5×10^{-6},

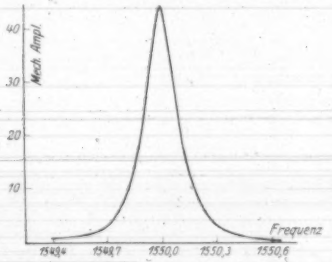


Fig. 6. Resonanzkurve einer Röhrenstimmgabel.

bei längerer Registrierdauer wird er entsprechend kleiner.

Fig. 6 zeigt die Resonanzkurve einer eingebauten Stimmgabel von 1550 Hertz, die mechanische Amplitude betrug max. 50 μ. Für diese Amplitude läßt sich die Dämpfung zu etwa 3×10^{-4} berechnen, sie ist somit etwa 10mal geringer als die Dämpfung des besten elektrischen Schwingungskreises, für den die Stimmgabel bei Tonfrequenzen einen ausgezeichneten Ersatz darstellt. Selbst bei Stimmgabeln von 5000 und 10000 Schwingungen/sec steigt die Dämpfung nur auf $5-7 \times 10^{-4}$.

Von großem Einfluß auf die Frequenz einer Stimmgabel ist die Temperatur, ändert sich doch die Frequenz einer Stimmgabel aus Stahl bei einer Temperaturerhöhung von 1° um — 0,9 bis — 1,4 $\times 10^{-4}$ [1]). Eine so große Temperaturabhängigkeit würde die Verwendung der Stimmgabel als Frequenznormale sehr stark einschränken. Die Tonhöhe einer Stimmgabel läßt sich angenähert durch folgende Formel ausdrücken:

$$N = k \frac{a}{l^2} \sqrt{\frac{E}{s}}$$

wo a die Zinkenstärke,
l die Zinkenlänge von den Knotenpunkten gerechnet,
E Elastizitätsmodul des Stimmgabelmaterials,
s Dichte des Stimmgabelmaterials ist und
k den Wert $\frac{1{,}87011^2}{4\pi\sqrt{3}}$ hat.

1) H. M. Dadourian, Charakteristics of tuning-orks. Phys. Rev. 1919.

Die Größen a, l, s und E sind temperaturabhängig, und zwar hängen a, l und s von dem Ausdehnungskoeffizienten α und E von dem thermoelastischen Koeffizienten ε des Materials ab. Es läßt sich nun zeigen, daß der Temperatur-Koeffizient der Frequenz sehr klein wird, wenn $-\alpha = \varepsilon$ ist. Diese Bedingung scheint für Stimmgabeln aus Elinvar für bestimmte Temperaturbereiche erfüllt zu sein, die Messungen ergaben für dieses Material negative Temperatur-

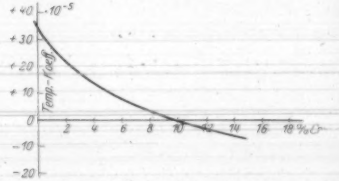


Fig. 7. Abhängigkeit des Frequenztemperaturkoeffizienten vom Chromgehalt (in Proz.) einer Chromnickelstahllegierung mit 36 Proz. Nickel.

koeffizienten, die zwischen 4 und 9×10^{-6} lagen[1]). Auf Grund schon früher bei der Untersuchung der Temperaturabhängigkeit von Stäben aus Chromnickelstahllegierungen gewonnenen Ergebnisse konnte der Verfasser zeigen, daß sich bei Stimmgabeln aus Chromnickelstahl mit 36 Proz. *Ni* der Temperaturkoeffizient eindeutig mit dem Proz.-Gehalt an *Cr* ändert, wie dies Fig. 7 graphisch zeigt. Man kann demnach

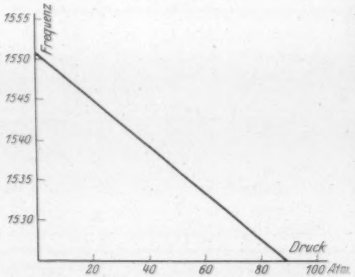
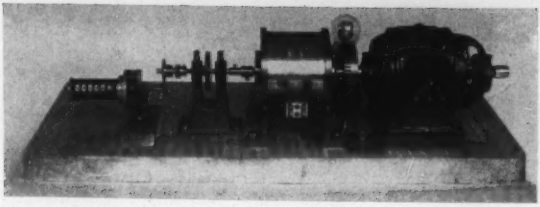


Fig. 8. Abhängigkeit einer Stimmgabelfrequenz vom Luftdruck.

sowohl positive wie negative Temperaturkoeffizienten je nach dem Chromgehalt erzielen, bei Legierungen mit etwa 10 Proz. *Cr* erhält man einen sehr kleinen Temperaturkoeffizienten. Das günstigste auf Grund dieser Beziehung erschmolzene Material hatte einen Temperaturkoeffizienten von 4×10^{-6}, es ist damit etwa 30mal günstiger

1) C. C. Mason, Note on tuning-fork, Journ. Scient. Instr. **1**, 250, 1923—1924.

Fig. 5. Synchronisieraggregat.



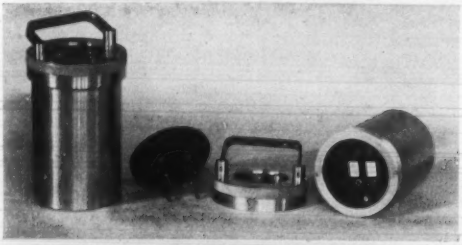
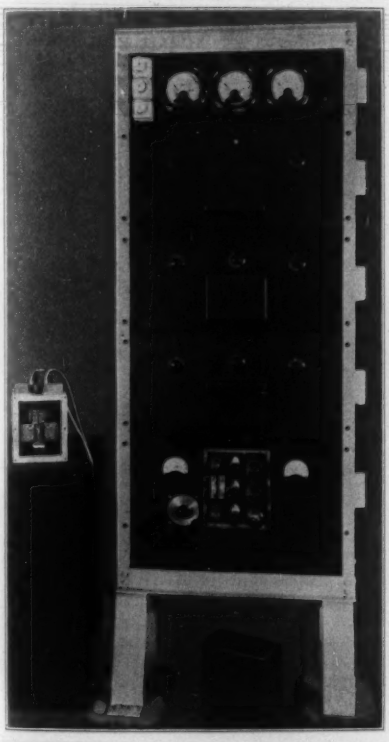


Fig. 9b.
Abbildung eines Stimmgabelgehäuses.



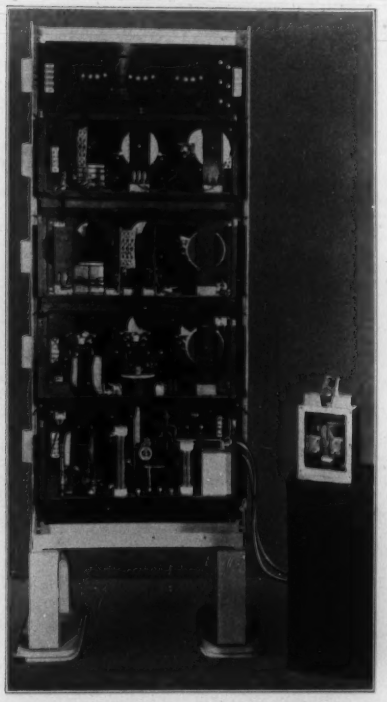


Fig. 11. Abbildung einer Frequenzvervielfachung.

als normaler Stahl. Weiterhin lassen sich durch wärmeisolierenden Einbau der Stimmgabel die Temperaturschwankungen leicht auf $0{,}1^0$ C herabsetzen, so daß auch bei längerer Meßdauer die durch Temperaturschwankungen hervorgerufenen Frequenzänderungen kleiner als 1×10^{-6} sind.

Für hohe Ansprüche an die Konstanz des Stimmgabelgenerators ist es weiterhin erforderlich, die Dichte des Mediums, in dem die Stimmgabel schwingt, konstant zu halten. Der Verfasser hat gefunden, daß bei Stimmgabeln normaler Formgebung im Bereich von 200—2000 Hertz eine Luftdruckänderung von + 1 mm

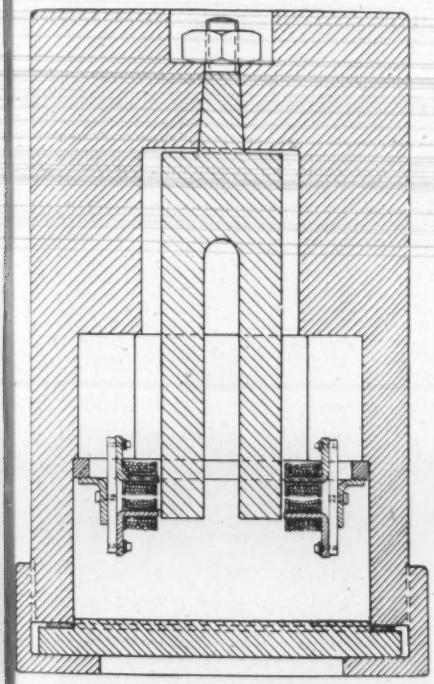


Fig. 9a. Schnitt durch ein Stimmgabelgehäuse.

Quecksilbersäule eine Frequenzänderung von $-0{,}3 \times 10^{-6}$ nach sich zieht. Die Frequenzänderung ist sowohl bei hohen (bis 100 Atm.) als auch bei geringen Drucken direkt proportional der vorgenommenen Druckänderung, wie Fig. 8 zeigt. Durch Erhöhung des Luftwiderstandes der Zinken läßt sich dieser Druckkoeffizient beliebig vergrößern. Da die täglichen Luftdruckschwankungen bis zu 10—21 mm Hg betragen können, ist es notwendig, die Stimmgabel druckdicht nach außen abzuschließen. Diese Maßnahme setzt allerdings voraus, daß man die Temperatur des eingeschlossenen Luftvolumens konstant hält, da sonst sich doch der Druck ändern würde. Fig. 9a zeigt den Schnitt durch ein druckdichtes Stimmgabelgehäuse, Fig. 9b eine Abbildung dieses Gehäuses.

Ein nach vorstehenden Gesichtspunkten entwickelter Stimmgabelgenerator zeigt auch im Dauerbetrieb eine sehr gute Konstanz seiner Frequenz, wie man aus der nachstehenden Tabelle entnehmen kann, wozu die Schwingungen einer Stimmgabel mit dem schon oben erwähnten Synchronisierungsaggregat registriert wurden. In der Tabelle sind dann die stündlichen Umdrehungszahlen der Maschine angegeben. Die Frequenzschwankungen der Stimmgabel liegen in einem Bereich von 5×10^{-6}, es ist damit die Konstanz eines guten Schiffschronometers erreicht.

Konstanz einer Röhrenstimmgabel über längere Zeit. 119889,0 Umdrehungen der Maschine pro Stunde entsprechen einer Frequenz von 865,865 Hertz.

Zeit	Temperatur	Zählerstand	Umdrehungen pro Stunde	Abweichung vom Mittelwert
$0^h 0^m 0^s$	17,7	366 273,0		
2 0 0		606051,3	119889,15	+ 0,11
15 0 0	17,7	2164607,0	119888,9	— 0,14
17 0 0		2404385,0	119 89,0	— 0,04
19 0 0		2644162,7	119 88,9	— 0,14
21 0 0		2883941,2	119 89,25	+ 0,11
23 0 0		3123719,2	119 89,0	— 0,04
25 0 0		3363497,0	119 88,9	— 0,14
29 0 0		3843053,6	119 89,15	+ 0,11
40 0 0	17,7	5161833,5	119 89,10	+ 0,06
44 0 0		5641391,0	119 89,37	+ 0,33
49 0 0		6240837,1	119 89,2	+ 0,16
53 0 0		6720391,8	119 88,8	— 0,24
64 0 0	17,6	8039170,3	119 89,0	— 0,04
67 0 0		8398837,0	119 88,9	— 0,14
72 0 0		8998282,0	119 89,0	— 0,04
77 0 0		9597728,6	119 89,3	— 0,26
88 0 0	17,6	10916508,6	119 89,0	— 0,04
91 0 0		11276175,6	119 89,0	— 0,04

Mittelwert 119889,04 Umdrehungen pro Stunde

Zum Schluß mögen noch die wichtigsten Anwendungsgebiete solcher Stimmgabelgeneratoren angegeben werden:

1. Eichung von Wellen- und Frequenzmessern mittels Oberschwingungen der Stimmgabel, die bei entsprechender Verzerrung in der letzten Stufe des Verstärkers noch leicht bis zur 40. ausgesiebt werden können (also bis etwa 1000 m). Weitere Eichpunkte lassen sich dann durch Vor-

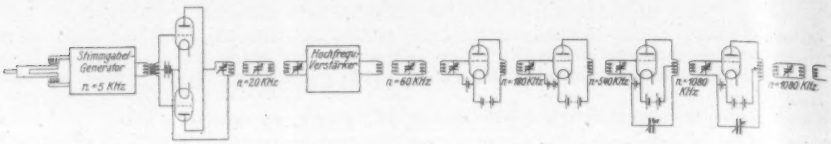


Fig. 10. Schaltbild einer ausgeführten Frequenzvervielfachung.

nahme einer Frequenzvervielfachung finden (bis zu kurzen Wellen). Im Resonanzkreis lassen sich Kapazitäten und Selbstinduktionen mit einer Genauigkeit von 1 Prom. bestimmen.

2. Synchronisierung von Bildübertragungsapparaten usw. in der Nachrichtenübertragungstechnik, wie es heute schon bei dem System Siemens-Karolus-Telefunken angewendet wird. Es wird bei diesem System keine besondere Synchronisierfrequenz über die Leitung oder den Sender übertragen, sondern sowohl auf der Sende- wie auf der Empfangsseite werden die Bildtrommeln von einem Stimmgabelgenerator aus örtlich synchronisiert, wozu die Stimmgabelfrequenzen der verschiedenen Stationen auch bei längeren Übertragungszeiten untereinander nicht mehr als 1×10^{-3} abweichen dürfen, wenn keine Verzerrung des Bildes (Schiefe) eintreten soll.

Weiterhin kann eine solche starre Synchronisierung an Stelle einer mechanisch-elektrischen Tourenregulierung treten. (Helmholtz-, Giebe- und Schmidtregler.) Es läßt sich dann bei vielen Methoden der elektrischen Meßtechnik eine wesentlich größere Genauigkeit erzielen (z. B. absolute Kapazitätsbestimmung nach Maxwell).

3. Von besonderer Wichtigkeit ist der Stimmgabelgenerator als Steuersender in der Hochfrequenzsendetechnik, wenn es dazu auch notwendig ist, zwischen dem Stimmgabelgenerator und dem eigentlichen Sender eine Frequenzvervielfachung vorzunehmen. Für Gleichwellenrundfunk ist es z. B. notwendig, daß mehrere Sender gleichzeitig auf einer Wellenlänge das gleiche Programm verbreiten. Die Frequenzen der einzelnen Sender (etwa 10^{-6} Hertz) dürfen dann aber untereinander nur um wenige 10^{-3} abweichen, damit in den Empfängern, die beide Sender aufnehmen, kein störender Schwebungston hörbar wird. Fig. 10 zeigt das Schema einer für diesen Zweck entwickelten Frequenzvervielfachung. Die Grundfrequenz der Stimmgabel beträgt rund 5000 Hertz, diese Frequenz wird in fünf Vervielfachungsstufen (Vervielfachungsfaktoren 4, 3, 0, 3 und 2) verzweihundertsechzehnfacht, so daß man dann eine Ausgangsfrequenz von 1080 KHz entnehmen kann. Die Hochfrequenzen zweier derartiger Vervielfachungen kann man durch entsprechende Feinabstimmung der einen Röhrenstimmgabel in beliebig langsamen Frequenz miteinander schweben lassen, ohne daß sich die Stimmgabeln untereinander mitnehmen. Langsame Schwebungen lassen sich in einem an beide Vervielfachungen angekoppelten Kreise mit einer Glühlampe als Indikator sehr schön sichtbar machen. Fig. 11 zeigt die technische Ausführung einer derartigen Stimmgabelfrequenzvervielfachung.

4. Die Verwendung einer derartigen Frequenzvervielfachung einer auf mindestens 1×10^{-3} bekannten Grundfrequenz ist heute auch die einzige Möglichkeit, um die Frequenz eines Röhrensenders mit einer solchen Genauigkeit zu bestimmen (besonders bei Kurzwellensendern). Es ist dazu nur erforderlich, daß man die Schwebungsfrequenz zwischen dem zu messenden Sender und einer in der Nähe liegenden Ober-

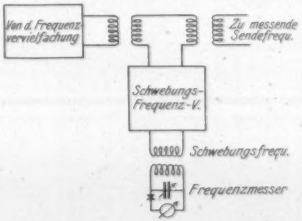


Fig. 12. Verfahren zur Frequenzbestimmung eines Hochfrequenzgenerators.

schwingung der Stimmgabel, die man der Frequenzvervielfachung entnimmt, bestimmt, wobei es vorteilhaft ist, wenn beide Frequenzen nur wenig auseinander liegen, was sich immer durch entsprechende Wahl der Vervielfachungsstufen und der Grundfrequenz erreichen läßt. Die Schwebungsfrequenz läßt sich mit einem geeigneten Frequenzmesser mindestens auf 1 Proz. bestimmen, so daß man dann die Sendefrequenz leicht mit einer Genauigkeit von $\pm 1 \times 10^{-3}$ angeben kann.

Leipzig, Phys. Institut, Abt. für angewandte Elektrizitätslehre, März 1929.

BESPRECHUNGEN.

Franz Ollendorff, Erdströme. (Grundlagen der Erdschluß- und Erdungsfragen.) 8°. VIII u. 260 S. Mit 164 Textabb. Berlin, Julius Springer. 1928. Geb. RM 20.—.

Inhalt: I. Stationäre Strömung in der Erde. — II. Einfache Erder im homogenen Erdreich. — III. Mehrfacherder im homogenen Erdreich. — IV. Tiefenerder im homogenen Erdreich. — V. Wirkung Ohmscher Spannungsabfälle im Erdersystem. — VI. Inhomogenitäten im Erdreich. — VII. Wirkung zeitlicher Feldschwankungen. — VIII. Quasistationäre Erdströmung. — IX. Erdstrahlung. — X. Einfluß der Erdströme auf die Vorgänge des stationären Erdschlusses in Starkstromnetzen. — XI. Elektromagnetische Ausgleichsvorgänge in der Erde. — XII. Grundzüge der Erwärmungsberechnung von Erdern.

Dieses Buch behandelt das ganze Gebiet der Erdstromfragen, mit Ausnahme der chemischen Wirkungen, in leicht lesbarer, nicht ermüdender Form, bevorzugt allerdings bei der Auswahl des Stoffes die zahlreichen eigenen Arbeiten des Verfassers. Mit großer Geschicklichkeit werden dem Leser die mannigfachen Abänderungen mundgerecht gemacht, die zur Erleichterung der analytischen Behandlung an den Konfigurationen der untersuchten Anordnungen vorgenommen werden müssen. Die Potentiale, Ausbreitungswiderstände der Erder usw. ergeben sich zunächst meist in Form uneigentlicher bestimmter Integrale; auch an diesen werden zur Abkürzung der Rechnung die verschiedensten Vernachlässigungen vorgenommen, deren Berechtigung jedoch nicht an allen Stellen einleuchtet. O.s diesbezüglichen Standpunkt geben die folgenden Sätze des Vorwortes wieder: „. . . , ist doch in der Fassung der Ergebnisse von Näherungsformeln, ja oft von nur rohen Abschätzungen weitgehend Gebrauch gemacht worden. Wenn hierin das sonst in der Elektrotechnik übliche Maß überschritten wurde, so rechtfertigt sich ein solches Verfahren durch die großen Abweichungen der wirklichen Struktur des Erdreiches von der im physikalischen Ansatz notwendig angenommenen; zu weit getriebene Genauigkeit der Rechnung würde daher nur über den wahren Sinn der theoretischen Ergebnisse täuschen."

Hierzu ist zu bemerken, daß solche Vernachlässigungen bisweilen Fehler von mehreren 100 Proz. hervorrufen, wie z. B. im folgenden Falle:

In § 26, S. 76, Gl. (149), wird die Summe $\sum_1^\infty \beta^n$ näherungsweise durch ein Exponentialintegral ersetzt, welch letzteres wieder durch die ersten Glieder seiner Entwicklung für kleines Argument angenähert wird. Es gilt aber identisch $\sum_1^\infty \beta^n = -\ln(1-\beta)$ und hiermit folgt für das Zahlenbeispiel am Schlusse von § 26 eine Widerstandserhöhung $\Delta R = 2{,}2\,\Omega$ und nicht $25{,}2\,\Omega$.

In dem inhaltsreichen Kapitel VIII (Quasistationäre Erdströmung) wird (§ 38, S. 124) der Versuch gemacht, die Rüdenbergsche Theorie der Induktionswirkungen einer langen Wechselstromleitung analytisch zu rechtfertigen, und zwar gerade für solche Aufpunkte, für welche sie sicher unrichtig ist. Hierzu wird (Gl. (233a)—(235)) auf dem Wege über das nichtexistierende Integral (233b) zu beweisen gesucht, daß

$$4\int_0^\infty \frac{\cos mx}{m+\sqrt{m^2+k^2}}\,dm \to i\pi H_0^{(1)}\left(\frac{ikx}{|2}\right), \quad \text{für } x\to\infty \tag{1}$$

gilt; hierin ist $k = |k| \cdot e^{-\frac{i\pi}{4}}$ eine Konstante und x der Abstand eines in der Erdoberfläche liegenden Aufpunktes von der Leitung. Dieses Integral ist aber identisch gleich

$$\frac{4}{k^2x^2} + \frac{2\pi}{kx} H_1^{(1)}(ikx), \tag{2}$$

verschwindet also für $x\to\infty$ so wie das reziproke Quadrat des Abstandes x, und nicht exponentiell, wie die Hankelschen Funktionen, so daß die Unrichtigkeit der Formel (1) und damit des O.schen Beweises evident wird.

Alle diejenigen Formeln von Kap. VIII, welche durch die Anwendung der Rüdenbergschen Theorie auf von der Leitung weit entfernte Aufpunkte entstanden sind, sind daher unrichtig; alle diese Formeln lassen nämlich das elektrische Feld an der Erdoberfläche so wie $\frac{e^{-\frac{|k|x}{|2}}}{|x}$ verschwinden, während es in Wirklichkeit so wie $1/x^2$ abnimmt. Ein ähnlicher Fehler haftet übrigens einigen Formeln von § 43 und § 44 (Kap. IX) an, welche sich auf Erdtelegraphie zwischen zwei an der Erdoberfläche befindlichen Stationen beziehen. Daß andere Autoren, wie J. R. Carson, G. Haberland und der Referent, diese Induktionswirkungen, deren genaue Kenntnis von großer Bedeutung ist, auf analytisch einwandfreie Weise eingehend behandelt haben, erfährt der Leser nicht. Die Ausgangsüberlegungen dieser Arbeiten sind zumeist in den Text aufgenommen worden, jedoch (so wie im ganzen Buche) unter Verzicht auf jeglichen Hinweis auf das Literaturverzeichnis am Schlusse des Bandes.

Das anregende Buch wird nicht nur dem Lernenden, sondern auch den selbst an der Entwicklung dieses Arbeitsgebietes Beteiligten manches Neue bringen.

F. Pollaczek.

W. Heine, Elektrische Bodenforschung, ihre physikalischen Grundlagen und ihre praktische Anwendung. Nr. 8 der Sammlung geophysikalischer Schriften, herausgegeben von C. Mainka. Gr. 8°. XI u. 222 S. Berlin, Gebrüder Borntraeger. 1928. RM 18.—.

Das Buch ist in drei Abschnitte gegliedert. Im ersten und zweiten werden die Methoden beschrieben, die auf der Ausmessung eines im Erdboden erzeugten elektromagnetischen Feldes beruhen. Im dritten Abschnitt wird die Methode der elektrischen Schwingungen behandelt. Ein Anhang, enthaltend ein „Verzeichnis der Deutschen Reichspatente elektrischer Erderforschungsmethoden", gibt Aufschluß über die historische Entwicklung des Gegenstandes.

Im Vorwort hebt der Verfasser hervor, „daß zur praktischen Anwendung der Methoden die Zusammenarbeit von Physiker und Geologen unerläßlich ist". Von welcher Art diese Zusammenarbeit ist,

erfährt man aus dem folgenden Satz: „Der Geologe muß dem Physiker vor Beginn einer Untersuchung sagen, in welcher Form eine gesuchte Einlagerung an einem bestimmten Ort vorkommt und welches die dortigen tektonischen und sonstigen Verhältnisse sind; der Physiker setzt darauf nach physikalischen Gesichtspunkten die Messung an."

Die elektrische Erforschung geologisch unbekannter Gebiete und insbesondere die Entdeckung neuer Lagerstätten wäre hierdurch ausgeschlossen. Ich möchte meinen, daß der Verfasser die praktische Bedeutung der elektrischen Bodenforschung unterschätzt und daß sein Urteil nur jenen speziellen Teil der elektrischen Bodenfoschung trifft, den er in Abschnitt 1 und 2 seines Buches so ausführlich behandelt hat und den er aus eigener Erfahrung kennt.

Heinrich Löwy.

H. Hahn, Handbuch für physikalische Schülerübungen. 3., verb. u. umgearb. Aufl. Gr. 8°. VI u. 453 S. Mit 340 Abb. Berlin, J. Springer. 1929. RM. 27.—, geb. RM. 28.40.

Da die schon so lange begonnene Arbeit an der allgemeinen Einführung der physikalischen Frontübungen an höheren Schulen heute mehr denn je durch Geldknappheit gehemmt wird, so muß man es sehr begrüßen, wenn der Verfasser, rühmlich bekannt als einer der Pioniere der Schülerübungen in Deutschland, seine reichen Erfahrungen auf diesem Gebiet in einer Neuauflage seines Hauptwerks zur Verfügung stellt, die nicht nur durch die Fülle des Gebotenen, sondern auch durch seine zweckmäßige Anordnung sich auszeichnet. Das Buch nimmt besondere Rücksicht auf den Fall, daß an einer Schule solche Übungen neu eingerichtet werden sollen und bringt daher zu Anfang eine Zusammenstellung der wichtigsten Versuche nebst dem dazu nötigen Gerät, während sich im Anhang außer Angaben über den Betrieb der Übungen und einem umfangreichen Bücherverzeichnis ein ausführliches Gerätverzeichnis mit vielen wertvollen Ratschlägen über Anschaffung und Instandhaltung einer Übungssammlung, Bezugsquellen u. dergl. findet. Sehr interessant ist der Abschnitt über die Entwicklung der Übungen in Deutschland. Die einzelnen Versuche sind in größter Ausführlichkeit behandelt; bei jedem finden sich Angaben über das notwendige Gerät, die Arbeitszeit und Vergleiche der verschiedenen Methoden. Im einzelnen unterscheidet sich die Neuauflage von den früheren u. a. durch eine stärkere Behandlung der Schwingungsvorgänge und den Übergang von der Tangentenbussole zum Drehspulinstrument. Im ganzen kann man sagen, daß das Handbuch den Besitz an klassischen schulreifen Übungen fast vollständig wiedergibt. Die Ausstattung ist vortrefflich. E. Nies.

H. Pettersson, Künstliche Verwandlung der Elemente (Zertrümmerung der Atome). Aus dem Schwedischen übersetzt von Elisabeth Kirsch. Gr. 8°. VIII u. 151 S. Mit 59 Abb. Berlin, W. de Gruyter & Co. 1929. RM 8.—, geb. RM 9.—.

Das gemeinverständliche Büchlein über Atomzertrümmerung, das Pettersson für seine schwedischen Landsleute schrieb, liegt nun in deutscher Übersetzung vor. Es enthält keinen trockenen wissenschaftlichen Bericht, sondern plaudert munter über alles Wissenswerte, von den Grundtatsachen der Radioaktivität und der Entdeckung der Atomzertrümmerung durch Meister Rutherford angefangen, bis zu den Einzelheiten der experimentellen Methoden, die bei den bekannten Wiener Untersuchungen von G. Kirsch und H. Pettersson zur Anwendung kamen — und die so lebendig geschildert sind, daß auch der Fachmann hier aus der Lektüre Gewinn schöpfen kann. Die Darstellung ist gleichmäßig objektiv und unpolemisch, auch dort, wo über die noch unaufgeklärten Unterschiede von den englischen Untersuchungsergebnissen berichtet wird. Der Leser wird im übrigen nicht nur mit Worten in „ein modernes alchemistisches Laboratorium" eingeführt, wo es „sichtbare" und „hörbare" Atomtrümmer gibt, die nach Bedarf selbst „im Fluge gewogen werden" können, er wird auf seinem Wege auch von einer größeren Anzahl instruktiver Abbildungen begleitet, unter denen sich manche bisher wohl ganz einzigartige Wiedergabe vorfindet. — Die bisherigen Ergebnisse der Atomzertrümmerung geben Veranlassung zu allgemeinen Betrachtungen über „die innerste Struktur der Materie", schließlich wird im Anschluß an Eddington „die Zeugenschaft der Sterne" aufgerufen, um dereinst die Frage zu beantworten nach der Entstehungsgeschichte der Atomkerne.

Ein flott und fröhlich geschriebenes Büchlein, das jedermann warm empfohlen sei.

A. Smekal.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der a. o. Professor an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Georg Madelung zum ord. Professor für Luftfahrt ebenda, der Privatdozent an der Universität München Dr. Heinrich Ott zum a. o. Professor für theoretische Physik an der Universität Würzburg, der Privatdozent für Meteorologie an der Technischen Hochschule Danzig Dr. Harald Koschmieder zum a. o. Professor ebenda.

Angebote.

Zum 1. Juli 1929 wird für das Marine-Observatorium ein

Meteorologe

gesucht

Gefordert wird abgeschlossene Hochschulbildung und praktische Tätigkeit an einem meteorologischen Institut. Erwünscht sind Kenntnisse auf dem Gebiete des Erdmagnetismus. Besoldung nach Vergütungsgruppe X des Reichsangestelltentarifvertrages. Ausführliche Bewerbungen mit Lebenslauf, Zeugnisabschriften und Angabe der bisherigen Tätigkeit sind zu richten an die

Marinewerft Wilhelmshaven

Personalamt für Angestellte

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.